



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – NPGEICIMA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



JONES CLÉCIO OLIVEIRA

**Representações mobilizadas nas turmas de 3º ano do Ensino Médio de duas
escolas da rede estadual de Itabaiana/SE no ensino de geometria analítica**

SÃO CRISTÓVÃO – SE

Maio de 2014

JONES CLÉCIO OLIVEIRA

Representações mobilizadas nas turmas de 3º ano do Ensino Médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE no ensino de geometria analítica

Texto de dissertação apresentado ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGECIMA da Universidade Federal de Sergipe. Linha de pesquisa: Currículo, didáticas e métodos de ensino das Ciências e Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

SÃO CRISTÓVÃO/ SE
Mai de 2014

FOLHA DE APROVAÇÃO

Representações mobilizadas nas turmas de 3º ano do Ensino Médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE no ensino de Geometria Analítica

Dissertação de mestrado apresentado ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe – NPGECEMA/UFS. Linha de pesquisa: Currículo, didáticas e métodos de ensino das Ciências e Matemática apresentado a banca examinadora para exame de qualificação, sob a orientação da Prof^{ra}. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

BANCA DE DEFESA

Prof^{ra}. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora – NPGECEMA/UFS)

Prof^{ra}. Dra. Ivanete Batista dos Santos (Examinadora – NPGECEMA/UFS)

Prof. Dr. Diogo Franco Rios (Examinador - UFPel)

São Cristóvão/SE,

Maio de 2014

AGRADECIMENTOS

“Recordar é viver” e o mérito da gratidão deve ser destacado... Muitas pessoas devem ser agradecidas, pois me possibilitaram alcançar essa mais nova etapa da minha vida. Foi um período conturbado, mas se não tivesse aprovações por todos os lados a satisfação por alcançar esse objetivo não seria válida.

Senhor meu Deus, ser onipotente, obrigado pelo dom da vida, pela fé e perseverança para vencer os obstáculos.

Agradeço aos meus pais, Roberto e Elze, sem vocês não sei o que seria de mim, pessoas simples, mas com o coração de um tamanho incalculável, o processo foi árduo, só nós sabemos o quanto esses dias têm sido difíceis... Mas Deus, ser supremo nos acalenta e Ele é o detentor de toda sabedoria... Amo vocês!!

Ao meu irmão Roberto Filho por toda força e apoio durante o processo, me incentivando sempre, vá em frente meu irmão, você consegue, não esquecerei desse apoio. Muito obrigado!

Aos meus avós, paternos (*in memoriam*) e maternos, talvez não tenham noção do título que estou recebendo, mas o incentivo e a lágrima no olho expressam o sentimento que têm por mim... Hoje pode não saber falar mais com a boca, mas os olhos falam muito...

A minha orientadora Professora Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani pelos ensinamentos, pela dedicação, pela oportunidade de ter trabalhado contigo. Obrigado pelos puxões de orelha, não faz isso, Jones! És uma pessoa com um coração maravilhoso, uma profissional exemplar, dedicada e correta. Espelho-me em você... Não há palavras para agradecer o compartilhamento dos seus saberes comigo. Muito obrigado!

A querida Professora Dra. Ivanete Batista dos Santos pelas suas valiosas contribuições para este trabalho, pelo seu diferencial como pessoa. Sua autoestima é algo determinante em você... Obrigado por junto a Rita participar da qualificação e da defesa desse trabalho.

Desde já também estendo meus agradecimentos ao professor Dr. Paulo Rabelo de Souza por participar da banca de qualificação, como também ao professor Dr. Diogo Franco Rios, por contribuir na banca de defesa deste trabalho, muito obrigado!

Aos demais professores do NPGECIMA e aos grandes vencedores que são os meus colegas de mestrado, obrigado pela troca de conhecimento que tivemos da mesma forma que laços de amizade nasceram... Muito obrigado!!

Aos professores, diretores e alunos das escolas de Itabaiana/SE que participaram da pesquisa, pelo apoio e atenção.

Aos meus queridos alunos, que me apoiaram durante essa etapa, siga em frente professor, estamos com você. Mas sempre temos uma turma especial, e essa tenho que agradecer de uma forma diferente... Obrigado meus queridos alunos, da minha eterna turma de 3º ano de 2013 do Colégio Nota Dez, de Malhador/SE, vocês talvez não saibam da importância que vocês representam na minha vida, mas meu muito obrigado!!

Aos amigos Andeson e Alisson pela oportunidade de poder estar contribuindo no processo educativo dos nossos jovens, numa cidade pequena, mas que fazemos toda a diferença, obrigado por tudo!!

Aos demais amigos, de infância, de escola, da graduação, em especial a Samilly e Mirabel, do mestrado, Leonel, Aline, Mirleide, Viviane, Jamille, vocês foram peças-chave nessa minha conquista, obrigado por tudo, vocês são demais!!

Enfim, agradeço a todos que me deram o suporte para prosseguir nessa caminhada, incentivando na busca dos meus objetivos e contribuindo para a execução da presente investigação...

Todos os dias quando acordo não tenho mais o tempo que passou, mas tenho muito tempo, temos todo o tempo do mundo... Todos os dias antes de dormir lembro e esqueço como foi o dia... “sempre em frente, não temos tempo a perder”... MUITO OBRIGADO!!!!

RESUMO

Esta pesquisa investiga como e quais representações matemáticas são mobilizadas por alunos de 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE ao resolverem atividades que envolvem conceitos de geometria analítica. Para tanto, o estudo embasa-se na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2009, 2010), bem como nos parâmetros e orientações curriculares nacionais publicadas em Brasil (1999, 2002, 2006) e toma como fonte os livros didáticos adotados pelos professores que ministraram aula durante o ano letivo de 2013, as fotocópias de vinte e um (21) cadernos de alunos e os protocolos de uma sequência de atividades desenvolvida com cento e quarenta e dois (142) estudantes matriculados nas turmas participantes da pesquisa. Com base nos dados coletados seguindo os pressupostos da pesquisa qualitativa Lüdke e André (1986) e os princípios da análise de conteúdo Bardin (2010) conclui-se que tanto os livros didáticos quanto as atividades selecionadas pelos professores e consequentemente, realizadas pelos alunos privilegiam, em sua maioria, a transformação de conversão de registros, no entanto, enfatizam, majoritariamente, nas representações algébricas, geométricas, numéricas e da língua natural. Logo em seguida, aplicamos uma sequência de ensino com todos os duzentos e vinte e sete (227) alunos matriculados nessas turmas, buscando identificar alguns entendimentos em relação à aprendizagem da geometria analítica e aos registros de representação semiótica, além de verificar se e como esse conteúdo era conduzido em sala de aula. Com base nos dados coletados concluímos que os professores utilizam em suas notas de aula as conversões entre registros de representação, da mesma forma que as questões do LD possibilitam o aluno a utilizar também essas conversões. Na análise do LD verificamos que as atividades que utilizam o tratamento na sua resolução totaliza 7,91%, sendo 79,55% de tratamento na representação algébrica, 11,36% de tratamento em língua natural, 6,82% na simbólica e 2,27% na figural, enquanto 15,27% no livro B, que contabiliza 37,70% das atividades que são trabalhadas por meio do tratamento, sendo 73,76% do registro de representação algébrica, 13,48% na numérica, 8,51% na simbólica e 4,36% em língua natural. Com relação à conversão de registros, no livro A o percentual é de 92,09%, enquanto o livro B totaliza 62,30%. Destacamos ainda que as atividades presentes nos cadernos dos alunos utilizam, em sua maioria, a conversão entre as representações, nos cadernos dos alunos β_2 totaliza 93,50% das atividades analisadas no caderno, já nos cadernos dos alunos α_1 , esse total é de 87,68%. No caderno dos alunos α_2 e β_1 , percebemos um percentual menor que os demais, totalizando, respectivamente 22,91% e 23,08% de conversões de representação. Destacamos a importância dessa pesquisa, pois há poucas investigações no estado de Sergipe tendo como principal teórico Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica, possibilitando assim a ampliação desse campo no nosso estado.

Palavras-chave: registros de representação semiótica; livros didáticos; geometria analítica.

ABSTRACT

This research investigates how and which mathematical representations are mobilized by high school students of two schools of the Itabaiana / SE state network when solving activities involving concepts of analytical geometry. In order to do so, the study is based on Duval's theory of semiotic representation records (2003, 2009, 2010), as well as on the national curricular guidelines and guidelines published in Brazil (1999, 2002, 2006) the photocopies of twenty-one (21) student books and the protocols of a sequence of activities developed with one hundred and forty-two (142) students enrolled in the classes participating in the research. Based on the data collected following the qualitative research presuppositions Lüdke and André (1986) and the principles of the content analysis Bardin (2010) it is concluded that both textbooks and activities selected by the teachers and consequently carried out by the students, for the most part, the transformation of record conversion, however, mostly emphasize in algebraic, geometric, numerical, and natural language representations. Next, we applied a teaching sequence with all two hundred twenty-seven (227) students enrolled in these classes, seeking to identify some understandings regarding the learning of analytical geometry and the registers of semiotic representation, as well as to verify if and how this content was conducted in the classroom. Based on the collected data we conclude that teachers use in their class notes the conversions between representation registers, in the same way that the questions of the LD allow the student to also use these conversions. In the analysis of the LD, we verified that the activities that use the treatment in its resolution totals 7.91%, being 79.55% of treatment in the algebraic representation, 11.36% of treatment in natural language, 6.82% in the symbolic and 2, 27% in figural, and 15.27% in book B, accounting for 37.70% of the activities that are worked through the treatment, being 73.76% of the algebraic representation register, 13.48% in numerical, 8, 51% in the symbolic and 4.36% in the natural language. With regard to the conversion of records, in book A the percentage is 92.09%, while book B totals 62.30%. We also emphasize that the activities present in the students' notebooks mostly use the conversion among the representations, in the students' notebooks β_2 totals 93.50% of the activities analyzed in the notebook, already in the students' notebooks α_1 , this total is 87, 68%. In the students' book α_2 and β_1 , we noticed a lower percentage than the others, totaling respectively 22.91% and 23.08% of representation conversions. We emphasize the importance of this research, because there are few investigations in the state of Sergipe having as main theoretician Raymond Duval and the theory of records of semiotic representation, thus enabling the expansion of this field in our state.

Keywords: Semiotic representation records; Didactic books; analytical geometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Escrita e demonstração dos primeiros registros relacionando álgebra e a geometria, contidos no livro <i>La géométrie</i> de René Descartes.....	35
Figura 02: Atividade que exemplifica o enclausuramento – Prof α	45
Figura 03: Introdução ao cálculo do ponto médio de um segmento	46
Figura 04: Percentual dos campos da Matemática – Conexões com a Matemática	49
Figura 05: Percentual dos campos da Matemática – Matemática: Contexto & Aplicações	50
Figura 06: Condição de alinhamento entre pontos	52
Figura 07: Exemplificação de atividades que não foram categorizadas	54
Figura 08: Atividade que exemplifica a conversão $RGe \rightarrow RNm$	63
Figura 09: Introdução da geometria analítica nos cadernos dos alunos	73
Figura 10: Atividade do livro didático passada como atividade avaliativa parcial	81
Figura 11: Atividade que apresenta alguns subitens que não consta no livro didático.....	81

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01: A geometria analítica nos cadernos dos alunos do 3º ano do ensino médio .. 78

Gráfico 02: Tratamento ou conversão nos cadernos dos alunos do 3º ano do ensino médio
..... 79

Gráfico 03: A geometria analítica abordados nos cadernos dos alunos e dos professores
..... 80

LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Demonstração do método de construir tangentes a curvas	33
Quadro 02: Classificação dos diferentes registros	38
Quadro 03: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no ensino de geometria analítica	39
Quadro 04: Transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica	40
Quadro 05: Atividade que exemplifica conversão $RLN \rightarrow RFg$	42
Quadro 06: Atividade que exemplifica conversão $RAI \rightarrow RGe$; $RSb \rightarrow RNm$	42
Quadro 07: Classificação de atividades de conversão – Variação de congruência e não-congruência	43
Quadro 08: Sequência de conteúdos dos livros didáticos Matemática – Contexto & Aplicações e professores	71
Quadro 09: Sequência de conteúdos dos livros didáticos Conexões com a Matemática e professores	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Extrato do Referencial Curricular do Ensino Médio – Matemática – 3º ano do Estado de Sergipe	20
Tabela 02: Livros utilizados nas escolas e quantitativo de alunos matriculados nas turmas participantes da pesquisa	21
Tabela 03: Teses e Dissertações que apresentam a teoria dos registros de representação e que tem como objeto matemático a geometria analítica	24
Tabela 04: Tabela por capítulo – quantitativo de questões e atividades categorizadas	53
Tabela 05: Distribuição das atividades do Capítulo VI do LDA	55
Tabela 06: Distribuição das atividades do Capítulo I do LDB	56
Tabela 07: Caminhos para a resolução das atividades propostas nos LDs	58
Tabela 08: Atividades Categorizadas nos livros didáticos	61
Tabela 09: Atividades nos cadernos dos alunos do prof α_2 – Turma B ₁	69
Tabela 10: Atividades encontradas nos cadernos dos alunos que foram extraídas ou não do livro didático	70
Tabela 11: Quantitativo de questões abordadas nos cadernos dos alunos de cada professor participante da pesquisa	75
Tabela 12: Percentual de questões de geometria analítica abordadas nos cadernos dos alunos de cada professor participante da pesquisa	76
Tabela 13: Registros mobilizados nos cadernos dos alunos	77
Tabela 14: Quantitativo de alunos participantes presentes na aplicação da sequência de atividades	83
Tabela 15: Análise do quantitativo das resoluções da sequência de atividades da turma β_2	84
Tabela 16: Resoluções das atividades – Atividade 01.....	87
Tabela 17: Resoluções das atividades – Atividade 02.....	89
Tabela 18: Resoluções das atividades – Atividade 03.....	91
Tabela 19: Resoluções das atividades – Atividade 04.....	93
Tabela 20: Resoluções das atividades – Atividade 05.....	95
Tabela 21: Resoluções das atividades – Atividade 06.....	97
Tabela 22: Resoluções das atividades – Atividade 07.....	98
Tabela 23: Resoluções das atividades – Atividade 08.....	98
Tabela 24: Resoluções das atividades – Atividade 09.....	99
Tabela 25: Registros mobilizados nos cadernos dos alunos	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

C – Conversão

CE – Colégio Estadual

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

LD – Livro Didático

NPGEICIMA – Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática

OCEM - Orientações Curriculares para o Ensino Médio

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental: Matemática

PCN + - Parâmetros Curriculares Nacionais + Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

PNLDEM – Plano Nacional do Livro Didático de Ensino Médio

PROUNI – Programa Universidade para Todos.

PUC/MG – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

PUC/RS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

RAI – Registro Algébrico

RFg – Registro Figural

RGe – Registro Geométrico

RGr – Registro Gráfico

RLN – Registro em Língua Natural

RNm – Registro Numérico

RSb – Registro Simbólico

RTb – Registro Tabular

SBM – Sociedade Brasileira de Matemática

SCIELO – Scientific Electronic Library Online

T – Tratamento

UEL – Universidade Estadual de Londrina

UEM – Universidade Estadual de Maringá

UFMT – Universidade Federal do Mato Grosso.

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco

UFS – Universidade Federal de Sergipe

ULBRA – Universidade Luterana do Brasil

UNIBAN – Universidade Bandeirantes

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO I: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A GEOMETRIA ANALÍTICA.....	31
CAPÍTULO II: A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS E NOS CADERNOS DOS ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DE ITABAIANA/SE	47
2.1 A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO 3º ANO EM DUAS ESCOLAS DE ITABAIANA/SE.....	48
2.1.1 PRÉ-ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS	48
2.1.2 A APRECIÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO	51
2.1.3 O TRATAMENTO, A INFERÊNCIA E A INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS LIVROS DIDÁTICOS	60
2.2. A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS CADERNOS DOS ALUNOS DO 3º ANO EM DUAS ESCOLAS DE ITABAIANA/SE.....	66
2.2.1 A PRÉ-ANÁLISE DOS CADERNOS DOS ALUNOS	67
2.2.2 APRECIÇÃO DOS CADERNOS DOS ALUNOS.....	68
2.2.3 O TRATAMENTO, A INFERÊNCIA E A INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS CADERNOS DOS ALUNOS	75
CAPÍTULO III: SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DESENVOLVIDA COM OS ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DE DUAS ESCOLAS DE ITABAIANA/SE	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107
APÊNDICES.....	112

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa investiga quais as representações matemáticas são mobilizadas por alunos de 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE ao resolverem atividades que envolvem conceitos de geometria analítica.

Desde o início desta investigação fui instigado revisitar minhas lembranças em relação a este tema sejam elas vivenciadas na educação básica, no curso de Licenciatura em Matemática ou mesmo no decorrer de minha experiência docente, com intuito de fazer aproximações acerca da problematização dessa pesquisa e estabelecer relações entre o que foi vivenciado e o que foi analisado na mesma.

Recorrendo as minhas memórias, lembrei que durante a minha vida escolar os professores de Matemática pouco utilizavam o livro didático, a maioria dos exercícios eram passados em listas ou então anotados na lousa para que pudéssemos¹ anotar no caderno. Normalmente as aulas aconteciam por meio da explanação do conteúdo seguida da resolução de algumas atividades que serviriam de modelo para resolver as atividades que eram selecionadas para serem realizadas durante a aula ou deixadas para casa como dever escolar.

Destaco que, geralmente, quando eu e meus colegas nos reuníamos para discutir, estudar ou “corrigir” na lousa tais atividades procurávamos seguir os exemplos expostos e determinar a solução utilizando os mesmos passos empregados pelo professor, pois considerávamos que a solução correta era a que havia sido adotada, muito embora, geralmente, obtivéssemos o mesmo resultado realizando a atividade de uma forma “diferente”.

Alguns anos depois, durante a graduação na Universidade Federal de Sergipe no Câmpus Professor Alberto Carvalho, localizado em Itabaiana/SE participei de um Grupo de Estudos Avançados (GEA) sobre o conceito de função sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica. Neste GEA² eram desenvolvidas análises de textos sobre o conceito

¹ Utilizo a primeira pessoa do plural ao me referir a atividades desenvolvidas por mim e os colegas de turma.

² Grupo de Estudo sobre Registro de Representação Semiótica e Função: que se reuniu quinzenalmente entre os meses de abril, maio e junho de 2009 para realizar leitura e discussão de textos sobre o processo de ensino-aprendizagem de funções, para analisar e demonstrar teoremas e proposições sobre funções afim e quadrática e resolver listas de atividades em ambientes computacionais, utilizando o software *Geogebra* e em sala de aula. Orientado e coordenado pela Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani e composto por 18 alunos do 3º (terceiro) e 5º (quinto) período do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Sergipe, Câmpus Prof. Alberto Carvalho, localizado no município de Itabaiana, e dois do 5º (quinto) período do curso de Física da instituição citada anteriormente e uma professora da rede pública estadual.

de função e os registros de representação semiótica, segundo ALMOULOU (2007), BRASIL (1998), BRASIL (1999), BRASIL (2002), BORBA e PENTEADO (2007), CARAÇA (2003), DUVAL (1999; 2003), GRAVINA (2009); e foram realizadas sequências de atividades em ambientes computacionais utilizando o *software Geogebra* que haviam sido embasadas em questões propostas em livros didáticos, avaliações como o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, o Programa Internacional de Avaliação de Estudante – PISA, o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes – ENADE e o Exame Nacional de Cursos – ENC.

Em meio aos debates realizados neste GEA os licenciandos em Matemática, assim como eu passavam a assumir a postura professores de Matemática e a organizar encaminhamentos didáticos para trabalhar este conceito no ensino médio, cientes de que as atividades selecionadas não deveriam priorizar a mobilização da equação algébrica, de uma tabela de valores pontuais e de um gráfico, sempre nesta ordem e nem mesmo envolver um único sistema representacional.

Nesse momento, retomei o desejo de compreender e estudar um pouco mais sobre os diferentes “caminhos” que eu realizava para resolver as atividades que eram propostas no ensino fundamental e médio agora identificando tais caminhos são definidos, sob o ponto de vista de Duval (2003, 2009, 2011), como diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático.

Essa ideia ficou guardada em minha mente, até o momento de prestar o exame de seleção para o mestrado e, apesar de não ter proposto um projeto nesse sentido, após o ingresso no Núcleo de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (NPGEICIMA) e com o contato com a orientadora decidi trabalhar com os registros de representação semiótica mobilizados no ensino de geometria analítica, com a finalidade de perceber como e quais registros eram mobilizados pelos alunos do 3º ano do ensino médio.

Os documentos oficiais tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2002), os Parâmetros Curriculares Nacionais de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – PCN + (BRASIL, 2002) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – OCEM (BRASIL, 2006) destacam que nessa fase de ensino a matemática tem um importante papel na formação do aluno, uma vez que há a contribuição para a estruturação do conceito, organização das ideias e o desenvolvimento de um raciocínio lógico-dedutivo.

Além disso, a presença da matemática, nas mais diversas áreas do conhecimento, como também na vida cotidiana de cada ser humano permite desenvolver atitudes de investigação de um problema, elaborar estratégias para a resolução, como também, promover a criticidade e

ampliar a tomada de decisões. Nesse âmbito, no ensino médio, a Matemática pode ser entendida:

[...] como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações (BRASIL, 2002, p. 40).

Sendo que ao se trabalhar com geometria analítica, em especial, relacionam-se os conceitos inerentes ao campo da geometria e da álgebra, pois *a geometria analítica proporciona um diálogo entre a geometria e a álgebra intercalado pela língua natural. Sendo assim, qualquer problema proposto em geometria analítica pode ser interpretado geométrica e algebricamente*. (MUNHOZ, 1999 *apud* RICHT, 2005, p. 10) o que demanda uma nova postura do professor de Matemática, pois:

A simples apresentação de equações sem explicações fundadas em raciocínios lógicos deve ser abandonada pelo professor. Memorizações excessivas devem ser evitadas; não vale a pena o aluno memorizar a fórmula da distância de um ponto a uma reta, já que esse cálculo, quando necessário, pode ser feito com conhecimento básico de geometria analítica (retas perpendiculares e distância entre dois pontos). (BRASIL, 2006, p. 77)

Diante desse contexto e dos equívocos apresentados pelos alunos, durante a resolução de atividades de geometria analítica, verificados ao ministrar aulas para alunos do 3º ano do ensino médio ao calcular distâncias entre pontos, esboçar e analisar representações gráficas de retas, circunferências e cônicas, determinar pontos no plano cartesiano, durante a compreensão e desenvolvimento das atividades, na manipulação dos conceitos adquiridos, passei a me questionar: Qual é a natureza dessas dificuldades? Como solucioná-las? Em quais aspectos essas dificuldades interferem na resolução das atividades? Essas ideias, de elaboração de estratégias, utilizando diferentes das representações matemáticas perpassam toda a vida escolar do aluno ou são específicas aos conceitos da geometria analítica?

Para responder a tais indagações iniciei este estudo considerando a teoria proposta por Raymond Duval (2009, p. 31), que visa, sob o ponto de vista cognitivo, analisar a apreensão dos conceitos matemáticos analisando a aquisição do conhecimento a partir dos diferentes tipos de registros de representação semiótica uma vez que a *noção de representação torna-se então,*

essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento.

Mas por que estudar os registros de representação semiótica? Uma das justificativas para esta escolha embasa-se no fato de tais registros possibilitarem a visualização e compreensão de que um mesmo objeto matemático possui em diferentes representações como algébrica, geométrica, gráfica e assim o sujeito dispor de informações para explorar e poder comunicá-las (DUVAL, 2009, p. 37), além disso, dentre as orientações curriculares propostas nos PCN (BRASIL, 1998), nos PCNEM (BRASIL, 2002), os PCN + (BRASIL, 2002), nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) é possível perceber a relevância das representações matemáticas no ensino da Matemática.

Os registros de representação semiótica utilizam diferentes linguagens ou sistemas simbólicos para representar o objeto matemático e efetivar a sua compreensão. Essas registros podem dar-se nas representações numéricas, na língua materna ou natural, nas gravuras, nas figuras geométricas, na escrita algébrica, nos gráficos cartesianos, nas tabelas de valores, nas linguagens formais da Matemática. Desse modo são empregadas no estudo do ponto, no cálculo de distância, na análise da reta, da circunferência, das cônicas, para que os alunos reconheçam e mobilizem a álgebra e a geometria, com a finalidade de compreender esse conceito, as generalizações e suas propriedades. Como destaca as Orientações Curriculares Nacionais:

Entendido o significado de uma equação, deve-se iniciar o estudo das equações da reta e do círculo. Essas equações devem ser deduzidas, e não simplesmente apresentadas aos alunos, para que, então, se tornem significativas, em especial quanto ao sentido geométrico de seus parâmetros. As relações entre os coeficientes de pares de retas paralelas ou coeficientes de pares de retas perpendiculares devem ser construídas pelos alunos. Posições relativas de retas e círculos devem ser interpretadas sob o ponto de vista algébrico, o que significa discutir a resolução de sistemas de equações. Aqui estamos tratando do entendimento de formas geométricas via álgebra. (BRASIL, 2006, p. 77).

Desse modo é possível afirmar que o ensino de geometria analítica proporciona um tratamento algébrico a partir de propriedades de elementos geométricos. A mobilização entre esses elementos pode transformar e solucionar atividades que partem do referencial geométrico e são finalizados com representações algébricas, tais como equações, sistemas e inequações. Desse modo o aluno pode perceber que determinado problema matemático pode ser resolvido de acordo com determinadas características, sem seccionar distintos campos da matemática.

Ainda, é preciso destacar o fato de que a matemática explora objetos abstratos, ou seja, objetos espontaneamente observáveis, demanda *a utilização de representações por meio de*

símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos e desenhos, visto que estes permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento matemático (DAMM, 2008, p.174).

Um exemplo que garante como um objeto matemático pode ser abordado e mobilizado é dado por Silva (2004). Ele nos apresenta que há a necessidade de utilizar diversas formas, diversos registros, para um mesmo objeto matemático. Ele nos mostra um exemplo de como essa transição auxilia na aquisição do conhecimento matemático:

A construção de uma reta que passe por um ponto dado e seja paralela a uma reta dada pode ser obtida de diferentes maneiras. Se o ponto e a reta forem desenhados em papel, a solução pode ser feita por meio de uma construção geométrica, usando-se instrumentos. No entanto, se o ponto e a reta são dados por suas coordenadas e equações, o mesmo problema possui uma solução algébrica, mas que pode ser representada graficamente. (SILVA, 2004, p. 35)

Para tanto, não se deve confundir os objetos matemáticos com a sua representação, ou seja, a sua escrita nas formas decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras, entre outros, pois os objetos matemáticos podem ser acessados através de múltiplas e diferentes representações. *Sempre que se confunde o objeto com sua representação ocorre a falta de compreensão em matemática* (DUVAL, 2009, p.10).

Nesse aspecto, é possível constatar que, apesar da aprendizagem da geometria analítica ser importante para os alunos por propiciar a oportunidade de tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos, tendo contato com uma forma de pensar mais elaborada, que permite transformar problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações, o seu ensino não vem sendo desenvolvido de forma satisfatória (MATRIZ DE REFERÊNCIA DA PROVA BRASIL, 2009).

Com base nessas perspectivas é que objetivamos³ investigar como e quais representações matemáticas são mobilizadas por alunos de 3º ano do ensino médio das escolas públicas da rede estadual de ensino: Colégio Estadual Murilo Braga⁴ e Colégio Estadual

³ Utilizo a terceira pessoa do plural ao me referir a atividades desenvolvidas por mim e pela orientadora no decorrer da elaboração dessa pesquisa.

⁴ O Colégio Estadual Murilo Braga está situado na Rua: Quintino Bocaiúva, 659, centro da cidade de Itabaiana/SE. A escola foi referência para o estado entre as décadas de 1960 e 1990, uma vez que era a única escola que ofertava o Ensino Secundário, atual Ensino Médio. Já na década do ano 2000 e com a implantação e interiorização do Ensino Médio, a referida escola perde um quantitativo considerável de alunos. Atualmente a escola oferece turmas desde o 6º Ano do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. As fontes dessas informações se deram nas pesquisas realizadas durante a Disciplina de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática III, no qual se obteve informações gerais acerca da escola.

Eduardo Silveira⁵, ambas situadas na cidade de Itabaiana/SE, ao resolverem atividades que envolvem conceitos de geometria analítica.

A opção do campo de pesquisa ser duas escolas da rede pública de Itabaiana está vinculada, inicialmente, ao fato de a Universidade Federal de Sergipe possuir um Câmpus neste município e disponibilizar entre os dez (10) cursos de graduação sete (07) licenciaturas, contando inclusive com Licenciatura em Matemática, que assim como os demais cursos de licenciatura procuram interagir com a comunidade escolar da região, de acordo com a proposta de interiorização da Universidade.

Além disso, Itabaiana encontra-se no centro da região agreste sergipana e devido ao seu desenvolvimento econômico é considerada um polo regional, diante dessa representação no estado, ressalta-se a importância da investigação e análise do processo de ensino-aprendizagem daquela localidade, fato esse, que pode ser comprovado pelo perfil dos estudantes participantes da pesquisa que possuem faixa etária entre 16 e 24 anos e que 59,91% dos alunos são provenientes dos povoados próximos a Itabaiana/SE.

Por fim, cabe destacar que ao cursar licenciatura em Matemática na UFS realizei meus estágios da graduação, nas duas instituições que participaram desta pesquisa, ou seja, nos colégios Murilo Braga e Eduardo Silveira.

A opção pelo 3º ano do ensino médio deve-se ao fato de, conforme o extrato da estrutura curricular proposta pela Secretaria de Estado da Educação de Sergipe (SEED/SE), tabela 01, este objeto matemático ter sua abordagem concentrada em tal ano escolar.

5 O Colégio Estadual Eduardo Silveira está localizado na Rua: José Ferreira Lima, 739. A escola é conhecida por apresentar uma boa organização, com relação a permanência dos alunos em sala de aula, como também apresenta um sistema de vigilância com câmeras, um laboratório de informática devidamente equipado e funcionando, além de um sistema de rádio escolar. Diante disso, a escola recebeu o Prêmio Gestão Escolar 2009/2010, no qual a diretora da época foi receber o prêmio nos EUA. As fontes dessas informações se deram nas pesquisas realizadas durante a Disciplina de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II, no qual se obteve informações gerais acerca da escola.

Tabela 01: Extrato do Referencial Curricular do Ensino Médio – Matemática – 3º Ano do Estado de Sergipe.

Competências Gerais	Habilidades	Conteúdos
Ler e interpretar textos de interesse científico e tecnológico.	Representar os pontos da reta por números reais e os pontos do plano por pares ordenados de números reais.	Coordenadas de reta e coordenadas do plano.
Organizar o pensamento lógico matemático.	Descrever as linhas no plano por meio de equações.	A distância entre dois pontos.
Articular o conhecimento matemático com conhecimentos de outras áreas do saber científico.	Resolver problemas geométricos com os recursos da álgebra.	As equações da reta.
Aplicar procedimentos matemáticos capazes de solucionar problemas numéricos que ocorrem dentro e fora do ambiente escolar.	Compreensão da importância das equações matemáticas em suas diversas formas, aplicando-as apropriadamente na movimentação de pontos sobre as curvas associando ideias.	Ângulos entre duas retas.
Analisar, comparar e identificar a validade das informações que recebemos no cotidiano.	Compreensão da relevância de conceitos matemáticos básicos de geometria analítica para traçar e movimentar gráficos interligando conceitos já estudados.	Equação da circunferência.
Exprimir relações de grandezas variáveis envolvendo o mundo físico, econômico e etc.	Representar os pontos do espaço por termos ordenados de números reais.	Coordenadas no espaço
Expressar algebricamente modelos matemáticos que representam variações de grandezas	Descrever as superfícies no espaço por meio de equações.	As equações paramétricas da reta
Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representando em gráficos, diagramas ou expressões algébricas.	Resolver problemas geométricos com os recursos da álgebra.	Distância entre dois pontos no espaço. Vetores no espaço.
Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões e etc.)	Reconhecer a importância da geometria analítica como conversor de diferentes registros	Equação no plano.
Formular hipóteses e prever resultados.	Compreender os conceitos de elipse, hipérbole e parábola.	As cônicas.
Relacionar questões geométricas e situações algébricas.	Identificar os elementos da elipse, hipérbole e parábola. Resolver problemas que envolvam as cônicas e suas equações.	Elipse, Hipérbole, Parábola.

Fonte: Secretaria de Estado da Educação de Sergipe (2011, p. 191-193)

Além da disponibilização dos conteúdos que são trabalhados em cada série no Referencial Curricular do Ensino Médio de Sergipe (SERGIPE, 2011) constam as competências e habilidades dos conteúdos. Essa tabela possibilita verificar que a proposta da secretaria estadual da educação está totalmente legitimando as ideias propostas por Duval (2003), uma vez que as competências propostas estabelecem informações, as quais relacionamos as mais diversas formas de se representar e resolver determinadas situações.

Desse modo, este estudo toma como fonte os livros didáticos adotados na disciplina de Matemática durante o ano letivo de 2013 nas duas escolas, a saber, “*Matemática – Contexto & Aplicações*” de autoria de Dante (2012) e “*Conexões com a Matemática*” de autoria de Matsubara (2012), conforme a tabela 02, as fotocópias de vinte e um (21) cadernos de alunos contatados, por intermédio dos professores e os protocolos de uma sequência de atividades desenvolvida com duzentos e vinte e sete (227)⁶ estudantes matriculados nas sete (07) turmas participantes da pesquisa. Tal sequência foi composta por atividades selecionadas e reorganizadas a partir das sessões dos livros didáticos utilizados pelos alunos ao enfatizar os conceitos introdutórios, o estudo analítico do ponto, da reta, da circunferência e das cônicas e foi desenvolvida no período de 25 de novembro de 2013 a 15 de janeiro de 2014.

Tabela 02: Livros utilizados nas escolas e quantitativo de alunos matriculados nas turmas participantes da pesquisa

Colégio	Livro Didático	Turno	Professor	Turmas	Quantidade de alunos
Colégio α	Matemática Contexto & Aplicações (Dante)	Manhã	Prof α_1	αA_1	28
			Prof α_1	αA_2	26
		Tarde	Prof α_2	αB_1	30
			Prof α_2	αB_2	30
Colégio β	Conexões com a Matemática	Manhã	Prof β_1	βC_1	33
				βC_2	39
		Tarde	Prof β_2	βD_1	41

Fonte: Coordenação Pedagógica das Escolas (2013)

A escolha pelo livro didático como uma fonte deve-se ao fato do trabalho em sala de aula estar intimamente influenciado pelo livro didático, já que ele serve como guia na elaboração do planejamento e na seleção de atividades (SILVA, 2007; BRASIL, 2010), pois apesar de sabermos que existem diversos “usos” do LD, tais como apenas para a resolução de atividades esse instrumento geralmente é empregado apenas como auxílio pedagógico:

⁶ Na contabilização dos alunos participantes da pesquisa notificamos o registro de 227 alunos matriculados. Houve segundo a coordenação das escolas 51 desistências e/ou transferências. Dessa maneira, havia 176 alunos frequentando regularmente à escola. Desse quantitativo se fizeram presente na aplicação da sequência de atividades 142 alunos.

[...] apesar de toda a sua importância, o livro didático não deve ser o único suporte do trabalho pedagógico do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-las ao grupo de alunos que o utilizam. (BRASIL, 2010, p. 13).

A seleção das fotocópias dos cadernos dos alunos ocorreu pela possibilidade de identificarmos a sequência de conteúdo, bem como, quais atividades foram desenvolvidas no decorrer do trabalho com geometria analítica, além de nos embasar para a seleção das atividades que foram desenvolvidas na sequência proposta aos alunos.

Diante desse contexto, esta pesquisa tem caráter investigativo, sob abordagem qualitativa pelo fato de os estudos serem em ambiente natural, ou seja, como eles registram os conteúdos vistos em sala de aula, como também resolvem as atividades propostas pelo professor, sem que haja intervenção por parte do pesquisador. Segundo Neves (1996), *pesquisa qualitativa compreende um conjunto de diferentes técnicas interpretativas que visam a descrever e a decodificar os componentes de um sistema complexo de significados*. Além disso, o referencial metodológico empregado segue os princípios da pesquisa qualitativa ancorados na análise de conteúdo de Bardin (2010).

Com o intuito de buscar subsídios para traçar o trajeto que posteriormente percorreria para atingir o objetivo definido nos que diz respeito às mobilizações de representações de registros⁷ realizadas pelos alunos ao trabalhar com geometria analítica foi realizado um levantamento de teses e dissertações já produzidas e que de alguma forma se aproxima da temática de pesquisa. Inicialmente, buscamos teses e dissertações na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no site da *Scielo*, nos periódicos da CAPES, trabalhos que tivessem no título palavras “*registros de representação semiótica*” ou “*geometria analítica*”. Vale ressaltar que selecionamos trabalhos que tomam o objeto matemático geometria analítica, tanto no ensino médio como ensino superior, pois possibilitam uma visão mais abrangente dos estudos que vem sendo desenvolvidos.

Além dessa busca, realizamos uma nova pesquisa nos bancos de dissertações e teses de algumas universidades que ofertam cursos de pós-graduação em Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, a saber, PUC/SP, PUC/MG, PUC/RS, ULBRA, UFPE, UNIBAN, UNICAMP, UEL, UFSCar, USP, UFRGS, UEM, UFMS, UFSM, UFRJ, UFMT, UFS, UNESP e a Universidade de Lisboa. A escolha dessas universidades se deu pelo fato de ambas ofertarem

⁷ A partir de agora ao mencionar os termos registros, representação ou registros de representação estarei fazendo referência a um registro de representação semiótica.

a Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática e/ou Educação Matemática além de possuírem maior incidência de trabalhos acadêmicos nessas instituições, conforme a CAPES.

Após obter pesquisas que contivessem no título palavras “*registros de representação semiótica*” ou “*geometria analítica*” optamos por levar em consideração a organização de conteúdos proposta nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio de Matemática (BRASIL, 2006) e agrupá-las em quatro blocos: Números e Operações, Funções, Geometria e Análise de dados e probabilidade. Mesmo ciente de que os [...] *conteúdos desses blocos devam ser trabalhados de forma estanque, mas, ao contrário, deve-se buscar constantemente a articulação entre eles* (BRASIL, 2006, p. 70) e de que a geometria analítica envolve também o bloco Funções, por que envolve o campo da álgebra.

Após subdividi-las nesses blocos verificamos investigações que se embasavam nos registros de representação nos quatro blocos. Constatamos que 29% das pesquisas selecionadas envolviam Números e Operações e abordavam, principalmente, números racionais, matrizes ou sistemas lineares; 25% categorizadas no bloco Funções enfatizando função afim, quadrática, exponencial, logarítmica ou trigonométrica; 18% dos trabalhos selecionados foram categorizados no bloco Análise de dados e Probabilidade; 14% Geometria e os demais 14% não puderam ser categorizados em um destes blocos.

Reorganizando os dados e tendo como enfoque a relação entre os registros de representação e a geometria analítica seja no bloco Geometria ou Funções, obtivemos vinte e cinco (25) pesquisas. A seguir as mesmas serão apresentadas e ressaltaremos àquelas que têm uma relevância para a esse trabalho. Também faremos uma subdivisão na tabela 03, expondo as pesquisas que utilizam *softwares* e as que não utilizam.

Tabela 03: Teses e Dissertações que apresentam a teoria dos registros de representação e que tem como objeto matemático a geometria analítica.

Título	Autor (Ano)	Instituição	Foco	Uso ou não de <i>software</i>
As dificuldades relacionadas à aprendizagem matemática do conceito de vetor à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.	Patrício (2010)	UFPA	Alunos da Graduação	Não usam <i>softwares</i> nas suas pesquisas
Uma abordagem didática em relação à aprendizagem das equações de reta no estudo de Geometria Analítica no Ensino Médio	Faria (2011)	UNICSUL	Alunos do Ensino Médio	
Estudo de raízes de equações no 3º ano do Ensino Médio com exploração dos enfoques algébrico, geométrico e numérico aproximado.	Fernandes (2012)	PUC/MG	Alunos do Ensino Médio	
Demonstrações em geometria euclidiana: o uso de sequência didática como recurso metodológico em um curso de licenciatura de Matemática	Ferreira (2008)	PUC/MG	Alunos da Graduação	
Registros de Representação Semiótica e uso didático da História da Matemática: um estudo sobre parábola.	Piza (2009)	UEL	Alunos do Ensino Médio	
Ensino e aprendizagem da Geometria Analítica: as pesquisas brasileiras da década de 90.	Di Pinto (2000)	PUC/SP	Levantamento bibliográfico	
O não resgate das geometrias.	Gazire (2000)	UNICAMP	Alunos do Ensino Médio	
Geometria Analítica no Ensino Médio, uma proposta com tratamento vetorial.	Silva (2013)	UFES	Alunos do Ensino Médio	
Análise dos procedimentos de conversão de alunos de oitava série na perspectiva dos registros de representação algébricos	Breuning (2009)	Unijuí/RS	Alunos do Ensino Fundamental	
Espaço e Representação Gráfica: visualização e interpretação.	Cavalca (1997)	PUC/SP	Alunos do Ensino Médio	
O ensino e a aprendizagem do produto de vetores na perspectiva dos Registros de Representação Semiótica com auxílio do <i>software Cabri 3D</i> .	Candido (2010)	UNIBAN	Alunos da Graduação	
Explorando equações cartesianas e paramétricas em um ambiente informático.	Silva (2006)	PUC/SP	Alunos do Ensino Médio	

Registros de Representação Semiótica e Geometria Analítica: Uma experiência com o Ambiente Virtual Siena.	Dallemole (2010)	ULBRA	Alunos da Graduação	Utilizam <i>softwares</i> nas suas pesquisas
Retas e Planos na Geometria Analítica Espacial: Uma abordagem envolvendo conversões de Registros Semióticos com o auxílio de um software de geometria dinâmica.	Lemke (2011)	UNIBAN	Alunos da Graduação	
Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos	Cassol (2012)	PUC/RS	Levantamento bibliográfico	
Um ambiente virtual de aprendizagem para o Ensino Médio sobre tópicos de Geometria Analítica plana.	Cunha (2009)	UFSCar	Alunos do Ensino Médio	
O Estudo da Equação $Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F = 0$ utilizando o <i>Software GrafEq</i> – Uma proposta para o Ensino Médio.	Goulart (2009)	UFRGS	Alunos do Ensino Médio	
Articulação entre Álgebra Linear e Geometria – Um estudo sobre as Transformações Lineares na Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica.	Karrer (2006)	PUC/SP	Alunos de graduação	
Projetos em geometria analítica usando <i>software</i> de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática	Richit (2005)	UNESP	Alunos de Graduação	
Tecnologias digitais na sala de aula para a aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica: Manipulações no <i>software GrafEq</i> .	Santos (2008)	UFRGS	Alunos de Graduação	
O uso de Tecnologias no Ensino Médio: A integração de Mathlets no Ensino da Função Afim.	Fonseca (2011)	UFRJ	Alunos do Ensino Médio	
Aprendizagem das Funções no 8º Ano com o auxílio do <i>software Geogebra</i> .	Candeias (2010)	Universidade de Lisboa	Alunos do Ensino Fundamental	
Uma proposta para o Ensino de Funções através da utilização de objetos de aprendizagem.	Magarinus (2013)	UFMS	Alunos de Graduação	
Mobilização e Articulação de conceitos de geometria plana e de álgebra em estudos da geometria analítica.	Paula (2011)	UFMS	Alunos de Ensino Médio	
O ensino de Geometria Analítica em um curso de Licenciatura em Matemática: Uma análise da organização do processo educativo sob a ótica dos registros de representação semiótica.	Cardoso (2013)	Unijuí/RS	Alunos de Graduação	

(Fonte: Banco de Dados da CAPES)

Para melhor explorar a Tabela 03, destacaremos as pesquisas que influenciaram a realização dessa investigação destacando, trabalhos que enfatizam o campo algébrico ou geométrico da geometria analítica e/ou os registros de representação semiótica, destacando algumas pesquisas que tomam como fonte os livros didáticos, por ser uma das fontes de coleta de dados deste estudo e outras que empregam a utilização de *software*, tendo em vista que dos vinte e cinco (25) trabalhos selecionados quinze (15) abordam os campos virtuais.

O trabalho de Breunig (2009) faz uma abordagem dos conceitos de álgebra envolvendo o Projeto de Pesquisa – Propostas Curriculares de Matemática e aquisição conceitual na perspectiva dos registros de representação, identificando segundo a teoria proposta por Duval (2003) nos livros didáticos da Coleção *Tudo é Matemática* de Luiz Roberto Dante (2002), discutindo assim, representações algébricas que podem ser exploradas.

Esse texto possibilitou verificar a análise realizada pela autora na abordagem da análise dos livros didáticos de Matemática no campo algébrico, uma vez que se trabalhou com ensino e aprendizagem em Matemática no âmbito da geometria analítica. Portanto, selecionamos esse texto porque a autora se utiliza da análise dos livros didáticos para validação da sua pesquisa, já que, a mesma será realizada neste trabalho. Ela faz a análise do LD dividindo-o em duas partes, a primeira referente ao aluno e a segunda referente ao professor. Ela lista como o capítulo do livro é composto e faz assim a categorização das atividades pertinentes a uma das dimensões da álgebra, possibilitando apresentar a importância dos registros de representação no ensino da álgebra. Enfatizamos ainda a importância desse trabalho, uma vez que, esta pesquisa apresenta características de análise dos registros de representação similares as que são realizadas nessa pesquisa.

Destacamos a investigação de Fonseca (2011) que traz um apanhado histórico de como surgiu e evoluiu o conceito de função, em seguida ele faz uma cronologia de como a função era trabalhada na Antiguidade, por babilônios, egípcios, durante a Idade Média, na qual há uma justaposição entre esses dois conceitos matemáticos, validando assim a importância na conexão entre os elementos algébricos e geométricos. Localizamos nessa dissertação um levantamento histórico do surgimento da geometria analítica e que será de grande valia para a construção de um dos capítulos dessa pesquisa.

Analizamos ainda o trabalho de Silva (2013), intitulado *Geometria Analítica no ensino médio: Uma proposta com tratamento vetorial*, que foi desenvolvida no ensino médio no estado do Espírito Santo (ES) tem como base uma análise dos livros didáticos utilizados neste nível de ensino e o autor constatou que não havia a presença de vetores nestes manuais didáticos embora

fosse possível esse tipo de abordagem no ensino médio, além disso, destacou que o ensino de geometria analítica exposto nos LD é desconexo da realidade uma vez que os problemas em que o aluno tem que escolher onde colocar o plano cartesiano praticamente inexistem. Nessa perspectiva o autor propõe um trabalho com a equação da reta e o ensino de vetores, possibilitando assim, uma maior transição entre a álgebra e a geometria.

Essa concepção é apresentada nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006) quando este documento aponta que:

A inclusão da noção de vetor nos temas abordados nas aulas de Matemática viria a corrigir a distorção causada pelo fato de que é um tópico matemático importante, mas que está presente no ensino médio somente nas aulas de Física. (BRASIL, 2006, p. 77)

Já em Silva (2006) reconhecemos a importância do tratamento vetorial no ensino de geometria analítica e o fato dos manuais didáticos não explicitarem este tipo de abordagem. No entanto, observamos que os livros didáticos utilizados, hoje, nas escolas começam a trazer questões que remontam as necessidades do homem, ou melhor, os livros estão apresentando atividades nas quais o aluno sente-se incluído naquela situação, ou seja, trata-se de um problema pertinente a sua realidade.

Assim, acreditamos que a prática do professor que leciona geometria analítica precisa considerar algumas especificidades que podem levar o aluno à apreensão dos seus conceitos. Entre essas especificidades estão possibilidades de visualização e demonstração de conceitos e propriedades, interpretação de construções geométricas e gráficas, dentre outras representações.

A relevância dos trabalhos supracitados para a elaboração desta pesquisa se dá pelo fato deles estarem centradas na análise do LD, ou até mesmo ao trabalhar com os registros de representação não utilização de algum *software*. No entanto, os *softwares* matemáticos, principalmente os classificados como geometria dinâmica permitem a visualização dos elementos geométricos pertinentes a geometria analítica e ainda podem destacar o campo algébrico e numérico se possibilitarem tais interfaces, como é o caso do *GeoGebra*⁸, por este motivo vamos destacar alguns estudos acadêmicos que relacionam o ensino de geometria analítica, ou pelo menos alguns conceitos da geometria analítica por meio de tais *softwares*.

No trabalho de Dallemole (2011) que abordou as conversões entre os registros de língua natural e registros algébricos e vice-versa, ambos referentes ao estudo da circunferência

⁸ É um *software* de matemática dinâmica, gratuito e multi plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Disponível em: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info/13-what-is-geogebra. Acesso em fevereiro de 2014.

utilizando um ambiente virtual chamado *Sienna*⁹. Esse trabalho visou detectar as dificuldades apresentadas pelos alunos do curso de licenciatura em Matemática da ULBRA (Universidade Luterana do Brasil) Câmpus Canoas/RS, constatando assim que os alunos possuem dificuldades na conversão entre representações em língua natural, algébrica e gráfica no conteúdo de reta, devendo-se valorizar mais esta abordagem no processo de ensino e aprendizagem. Por isso, vale ressaltar a importância do uso da teoria dos registros de representação, no processo de ensino-aprendizagem.

Destacamos esse texto por realizar uma análise do ensino de geometria analítica, apesar de que o instrumento utilizado nessa pesquisa ser um ambiente virtual no qual ela faz diversas representações de situações que envolvem a geometria analítica, por exemplo, a simbolização gráfica que representa o lançamento de um míssil, para isso, ela fez um roteiro, no qual o aluno seguiria uma sequência de comandos para poder obter a representação geométrica dessa situação, além disso, percebemos que os alunos de licenciatura em Matemática de Canoas/RS eram impelidos a mobilizar um objeto matemático por meio de várias representações de partida, seja ela algébrica, em língua natural ou geométrica, para permear por outras representações e obter a resolução das atividades propostas, por isso ele foi relevante para o início do nosso trabalho.

Destacamos também a dissertação de Silva (2006) que foi desenvolvida em um ambiente virtual que permitiu que o aluno reconhecesse algumas propriedades de curva, por meio de representações e interpretações gráficas de maneira dinâmica. Para a realização da pesquisa o autor elaborou uma sequência didática com base em alguns elementos da Engenharia Didática¹⁰ e aplicou com dez (10) alunos do ensino médio. Ao finalizar a pesquisa o autor mostrou que as construções gráficas de algumas curvas planas, variando os parâmetros das equações permite que os alunos observem os efeitos geométricos pertinentes a essa modificação, favorecendo a compreensão da noção de parâmetro no ensino de geometria analítica. Esta pesquisa é importante, pois permitiu compreender como os alunos adquirem o conhecimento matemático por meio de um ambiente virtual e a partir deste conjecturar e fixar conceitos que envolvem a geometria analítica.

9 Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem. É um sistema inteligente para apoiar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, permitindo estudo, avaliação e recuperação de conteúdos de uma disciplina qualquer. (DALLEMOLE, 2005, p. 03)

10 Segundo Artigue (1988) Engenharia Didática é uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.

Ressaltamos também a tese de Karrer (2006) que expõe um estudo relativo às questões relativas ao ensino e aprendizagem de conceitos de Álgebra Linear no ensino superior. Ela faz uma análise das transformações lineares explorando conversão de registros de representação semiótica em um ambiente de geometria dinâmica por meio da investigação das trajetórias de aprendizagens de estudantes universitários e do impacto dessas escolhas na abordagem de ensino, além de analisar o conteúdo matemático de transformações lineares nos livros didáticos de Álgebra Linear e aplicar um questionário sobre o conteúdo a oitenta e seis (86) alunos de Computação.

Os resultados da pesquisa de Karrer (2006) revelaram evoluções dos sujeitos nas condições de determinações de transformações lineares e das particularidades gráficas inerentes às transformações, além de possibilitarem aos alunos um domínio mais amplo das representações e de suas conversões, enfatizando que no ambiente dinâmico, existe a possibilidade de analisar os meios que os alunos tomam para resolver as atividades, verificando assim se houve e como houve a mobilização entre os registros.

Essa pesquisa contribuiu para determinarmos os sistemas representacionais de nosso estudo (algébrico para o geométrico, algébrico para o simbólico, do geométrico para o algébrico) e legitimou com a proposta de Duval (2003) ao destacar a variação dos registros de partida e de chegada, nas atividades de conversão.

Ressaltamos agora a dissertação de Cunha (2009) que também traz um ambiente virtual para o ensino médio no ensino de geometria analítica aplicados a turmas do ensino médio da rede pública de ensino de Barra Bonita/SP, apoiado num ambiente *GeoGebra*, aborda pontos no plano cartesiano, distância entre pontos, ponto médio, equação da reta, posições relativas entre retas e retas perpendiculares. Esse ambiente busca construir o conhecimento por meio da interatividade, de forma autônoma, respeitando o limite do aprendiz, objetivando sempre a compreensão dos conceitos de forma prática e dinâmica.

Destacamos, por fim, a pesquisa de Paula (2011) que investiga sobre a mobilização e articulação de conceitos de geometria plana e de álgebra em estudos de geometria analítica por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Os dados utilizados para análise foram coletados a partir da observação de escrita, áudio e vídeo dos alunos atuando durante a sequência didática realizada em um laboratório de informática. O autor também analisou protocolos de acadêmicos e os resultados obtidos concluem que os acadêmicos apresentam dificuldades tanto no tratamento quanto na conversão entre registros, utilizando o *software* para que os discentes pudessem manifestar algum tipo de evolução nas suas estratégias.

Diante desta breve análise e a fim de explicitar melhor sobre a relevância desta temática organizamos o primeiro capítulo desta pesquisa intitulado **A geometria analítica e a teoria dos registros de representação semiótica** com intuito de apresentar a origem da geometria analítica, baseada em Boyer (1996), Cajori (2007) e Eves (2004), além de explorar os primeiros indícios dos registros de representação de Duval (2003, 2009, 2010) ao tratar desse objeto matemático.

Já no capítulo 02 descrevemos por meio dos princípios da análise de conteúdo de Bardin (2010) os primeiros resultados tomando como fontes os livros didáticos adotados pelas escolas e os registros de representação presentes nos cadernos dos alunos participantes da pesquisa. Este capítulo é denominado **A geometria analítica nos livros didáticos e nos cadernos dos alunos do 3º ano do ensino médio de Itabaiana/SE**.

No terceiro capítulo intitulado **Sequência de atividades desenvolvida com os alunos do 3º ano do ensino médio de duas escolas de Itabaiana/SE**, buscamos aproximações e distanciamentos entre os dados obtidos por meio da análise do livro didático e dos cadernos e as obtidas na sequência de atividades. Por fim, estabelecemos as **Considerações finais**, as **Referências bibliográficas** e os **Apêndices**.

Vale lembrar que a pesquisa não pretende avaliar, ou seja, enaltecer ou depreciar o trabalho de professores ou alunos, mas sim, analisar e discutir sob um olhar crítico-científico os registros de representação semiótica e o objeto matemático geometria analítica que são mobilizados pelos discentes do 3º ano do ensino médio das escolas de Itabaiana/SE participantes do estudo.

CAPÍTULO I: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A GEOMETRIA ANALÍTICA

Com o intuito de definir o tema de investigação, buscamos elementos da história da matemática, para verificar as representações matemáticas existentes desde a antiguidade ao se trabalhar com geometria analítica. É evidente que possíveis representações matemáticas surgiram por meio da necessidade do homem social, na busca da compreensão do mundo que o cerca. Para tanto, inicialmente, fizemos um levantamento de como e quais representações matemáticas são mobilizadas nos livros de história da matemática ao abordar esse conceito. Após esse levantamento optamos por trazer algumas definições apresentadas em algumas obras. Ou melhor, a partir desse entendimento foi possível identificar elementos para a compreensão da geometria analítica. Diante disso apresentaremos algumas afirmações de autores no que diz respeito ao “surgimento” da geometria analítica.

Um dos princípios de formalização da geometria analítica aconteceu no século XVII, quando o astrônomo Johannes Kepler¹¹ (1571 – 1630) verificou que os planetas do sistema solar não tinham uma órbita circular e sim elíptica, então ele tentou tabular as suas posições desenvolvendo assim o que hoje denominamos por geometria analítica. E, segundo Ostermann & Wanner (2012, p. 157) procede da seguinte forma:

Álgebra, com suas identidades e equações, nasceu de figuras geométricas no Livro II da obra de Euclides e no livro do al-Khwarizmi. Durante os séculos seguintes, principalmente nas mãos de Stifel, Cardano, Viète e Descartes, esta ciência tornou-se um instrumento cada vez mais poderoso em seu próprio estágio. Deste desenvolvimento, a princípio, apenas números e árabes símbolos de texto, em seguida, cada vez melhores para as operações algébricas, finalmente, o introdução de cartas para valores numéricos conhecidos e desconhecidos. O uso desta ferramenta por Viète e Descartes para resolver problemas geométricos, em seguida, levou a uma grande revolução na geometria. Isto resultou, sob a influência de Introduction de Euler em *Analysin Infinitorum*, vol. II, na criação do que hoje é chamado de geometria analítica. (OSTERMANN & WANNER, 2012, p. 157, tradução de nossa autoria).

¹¹ Johannes Kepler nasceu em Weil der Stadt, Württemberg, atual Alemanha, a 27 de dezembro de 1571, e morreu em Ratisbona, também na Alemanha, a 15 de novembro de 1630. Graduou-se pela Universidade de Tübingen. Professor de matemática na Universidade de Graz, foi forçado a deixar a cidade em 1600, para fugir à perseguição dos protestantes. Disponível em <http://educacao.uol.com.br/biografias/johannes-kepler.jhtm>. Acesso em 20 de janeiro de 2014.

Com base nessas afirmações sobre a procedência da geometria analítica observamos que diversas representações matemáticas já eram utilizadas no passado, uma vez que eram empregadas nos métodos que facilitavam os estudos sobre localização de pontos através de coordenadas bem como de figuras geométricas, entre outros.

Segundo Cajori (2007) a geometria de Descartes é chamada de “geometria analítica”, porque sendo diferente da geometria sintética dos antigos, é realmente analítica, no sentido em que a palavra é usada em lógica.

O primeiro exemplo apresentado por Descartes em sua geometria é o “Problema de Pappus” que afirma: “*Dadas várias retas em um plano, achar o ponto do plano, tal que as perpendiculares, ou, de modo mais geral, as retas que sob dados ângulos, podem ser traçadas dele às retas dadas e que satisfará a condição de que o produto de algumas delas estejam para as demais numa certa razão dada*”. (CAJORI, 2007, p.247)

O método de Descartes consiste em achar primeiro a normal, para isso, por um ponto P (x,y) da curva ele traçou um círculo que tem seu centro no ponto de intersecção da normal, com o eixo Ox. Feito isto, impôs a condição de que o círculo corte a curva em dois pontos coincidentes x,y.

Tanto Descartes como Fermat desenvolveram a geometria analítica sem considerarem abscissas negativas, mas perceberam a existência de uma geometria analítica a mais de duas dimensões e pelo menos a três (DANTZIG, s.d.):

Há certos problemas que envolvem só uma incógnita e que podem ser chamados determinados, para distinguir dos problemas de lugares. Há outros que envolvem duas incógnitas e que nunca podem ser reduzidos a uma só, estes são os problemas de lugares. Nos primeiros problemas, procuramos um ponto único, nos segundos uma curva. Mas se o problema proposto envolve três incógnitas, deve-se achar, para satisfazer à equação, não apenas um ponto ou uma curva, mas toda a superfície. Assim aparecem superfícies como lugares, etc. (BOYER, 1996, p. 107)

Eves (2008, p. 384) acrescenta que Descartes escreve um tratado filosófico sobre a física presente no universo.

O livro intitulado *Discours de la Méthode pour Bien Conduire as Rasion et Chercher la Vérité dans les Sciences* (Discurso do Método para Bem Conduzir a Razão e Procurar a Verdade nas Ciências), publicado pela primeira vez em 1637, apresenta três apêndices: *La dioptrique*, *Les météores* e *La géométrie*, e é neste terceiro apêndice que aparece a contribuição de Descartes para a Geometria Analítica. A seguir mostraremos como ele fez para determinar a equação da

circunferência, que está localizada na segunda parte do apêndice *La géométrie*. (EVES, 2008, p. 384).

Dentre várias demonstrações, a segunda parte desse apêndice proposto por Descartes, apresenta uma classificação de curvas e métodos de construção de tangentes a essas curvas que segue a seguir:

Quadro 01: Demonstração do método de construir tangentes a curvas

Sejam $f(x, y) = 0$ a equação da curva dada e (x_1, y_1) as coordenadas do ponto P da curva pelo qual se deseja traçar a tangente. Seja Q um ponto do eixo x , de coordenadas $(x_2, 0)$. Então a equação da circunferência de centro Q pelo ponto P é:

$$(x - x_2)^2 + y^2 = (x_1 - x_2)^2 + y_1^2$$

Eliminando-se y do sistema formado pela equação acima e por $f(x, y) = 0$, obtém-se uma equação em x que leva às abscissas dos pontos onde a circunferência corta a curva dada.

Determina-se a seguir x_2 de modo que essa em x tenha um par de raízes iguais a x_1 . Essa condição faz com que Q seja a intersecção do eixo x com a normal à curva em P , uma vez que a circunferência é agora tangente à curva dada em P . Desenhada essa circunferência, pode-se facilmente construir a tangente desejada. Como exemplo do método, considere a construção da tangente à parábola $y^2 = 4x$ no ponto $(1, 2)$. Temos aqui

$$(x - x_2)^2 + y^2 = (1 - x_2)^2 + 4$$

A eliminação de y fornece:

$$(x - x_2)^2 + 4x = (1 - x_2)^2 + 4,$$

Ou

$$x^2 + 2x(2 - x_2) + (2x_2 - 5) = 0.$$

A condição para que essa equação quadrática tenha duas raízes iguais é que seu discriminante seja nulo – isto é, que

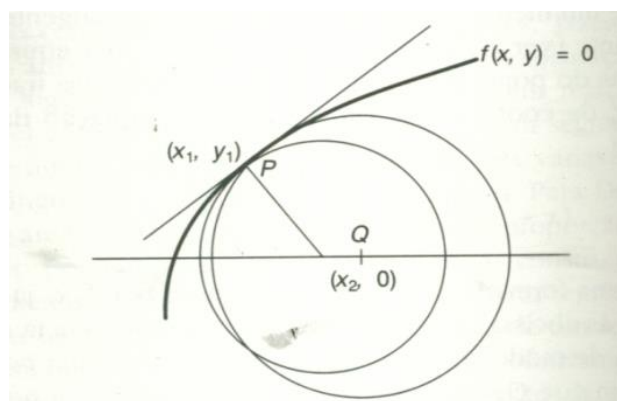
$$(2 - x_2)^2 - (2x_2 - 5) = 0$$

Ou $x_2 = 3$.

Pode-se traçar então a circunferência de centro $(3, 0)$ pelo ponto $(1, 2)$ da curva o que propicia a construção da tangente desejada. Descartes aplicou esse método de construir tangentes a muitas curvas diferentes, inclusive a uma das ovais quárticas que tem seu

nome¹². Temos assim um processo geral que nos mostra exatamente o que fazer para resolver nosso problema, mas deve-se confessar que nos casos mais complicados a álgebra necessária pode ser assustadora. Aí está um ponto fraco da geometria analítica elementar: muitas vezes sabemos o que fazer, mas falta capacidade técnica para fazê-lo. Obviamente há métodos muito melhores do que esse de Descartes para se encontrar tangentes a curvas.

Temos abaixo a representação geométrica dessas curvas:



Fonte: Extraído do livro de Eves, 2008, p. 386.

Esse quadro mostra a transição de registros de representação, ao utilizar a língua natural, a representação algébrica e a geométrica, possibilitando a compreensão da demonstração realizada por Descartes, ao expor a equação de retas tangentes curvas diferentes.

A seguir mostraremos como os primeiros registros de geometria analítica foram representados no livro *La géométrie* de 1637 de René Descartes, nele há a representação geométrica e a representação algébrica de uma situação que envolve e fundamenta assim a geometria analítica.

12 Oval cartesiana é o lugar dos pontos cujas distâncias, r_1 e r_2 , a dois pontos fixos, satisfazem a relação $r_1 + mr_2 = a$, onde m e a são constantes. As cônicas centrais são particulares ovais cartesianas.

e escolheu um sistema de coordenadas arbitrário sobre o qual a esboçou, além de dar ênfase ao esboço de soluções indeterminadas.

Diante da diversidade de representações mobilizadas desde os primórdios do desenvolvimento da geometria analítica torna-se imprescindível compreender o processo de mobilização dos diferentes tipos de representações semióticas envolvidas em determinada atividade, como destaca Duval (2010):

É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. [...] a importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais [...] há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático [...] dependem do sistema de representação utilizado [...] a seguir, há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar (DUVAL, 2010, p. 13-14).

Esses primeiros registros não são utilizados em sala de aula, não há um questionamento histórico das representações utilizadas, ficando apenas com as representações utilizadas pelos personagens proeminentes. Essa é uma lacuna na historiografia, ou seja, deve-se haver uma conexão maior entre os registros utilizados no passado com os registros de representação utilizados no presente, para que haja uma melhor compreensão dos objetos matemáticos que são estudados.

Desse modo não se pode ter um ensino mecanizado, ou seja, a Matemática e a geometria analítica, em específico, não podem ser aprendidas exclusivamente a partir da memorização de expressões e procedimentos, mas sim por meio do desenvolvimento de habilidades que favoreçam a compreensão dos sistemas representacionais conforme consta na proposta dos PCN+:

[...] a construção de uma reta que passe por um ponto dado e seja paralela a uma reta dada pode ser obtida de diferentes maneiras. Se o ponto e a reta estão desenhados em papel, a solução pode ser feita por meio de uma construção geométrica, usando-se instrumentos. No entanto, se o ponto e a reta são dados por suas coordenadas e equações, o mesmo problema possui uma solução algébrica, mas que pode ser representada graficamente (BRASIL, 2002, p. 124).

Seguindo esse ideal é possível observar nos pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica, estabelecidos por Duval (2003, 2009, 2010), uma forma de

compreender a complexidade do processo de ensino e de aprendizagem em matemática, pois de acordo com o autor a singularidade da matemática se embasa justamente na variedade de registros de representações semióticas, já que *além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente* (DUVAL, 2010, p. 14).

Desse modo Duval (2011, p. 70) define que um registro *é um sistema semiótico, mas um sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como sistema formal*. Sua característica predominante se traduz pelas operações que ele permite realizar. Um registro de representação pode ser definido como a forma como se representa um objeto matemático, um problema e uma técnica. A ideia de registro seria o domínio dos sinais que são utilizados para designar um objeto, assim como um mapa representa um território, contudo não é o território, assim como as figuras geométricas *são representações gráficas, sendo que as representações têm duas características: a forma ou representação e o conteúdo-objeto representado* (ALMOULOU, 1997, *apud* MARIANO, 2004).

Um exemplo prático disso é uma placa de trânsito, por exemplo, imediatamente fazemos uma leitura do seu significado e possivelmente traduzimos sua mensagem. Trata-se de um código, permitindo apenas a comunicação, não havendo condições de transformar em outro registro isso porque:

Em um sistema semiótico um registro de representação tem as funções de comunicação, de objetivação e de tratamento enquanto que um código não apresenta a possibilidade de tratamento. Por exemplo, as placas de trânsito das estradas são significantes (triângulo – perigo; vermelho – proibição; ...) e não podem se caracterizar como um registro no sentido de Duval, já que existe possibilidade de transformar um elemento em outro, diferente do que ocorre com todo elemento de um registro, que pode transformar-se em outra representação no mesmo registro (tratamento) ou em uma representação de outro registro (conversão) (MARIANI, 2006, p. 10).

Para melhor compreender a diversidade de sistemas representacionais Duval (2010) os classifica de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 02: Classificação dos diferentes registros

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS (não algoritmizáveis)	Língua Natural Associações Verbais (conceituais) Forma de racionar: ✓ Argumentos a partir de crenças, de observações; ✓ Dedução válida a partir de definições ou teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em 0, 1, 2 ou 3). ✓ A apreensão operatória e não somente perceptiva; ✓ Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (algoritmizáveis)	Sistemas de escritas: ✓ Numéricas (binária, decimal, fracionária, ...); ✓ Algébricas; ✓ Simbólicas (línguas formais). ✓ Cálculo.	Gráficos cartesianos: ✓ Mudanças de coordenadas; ✓ Interpolação, extrapolação.

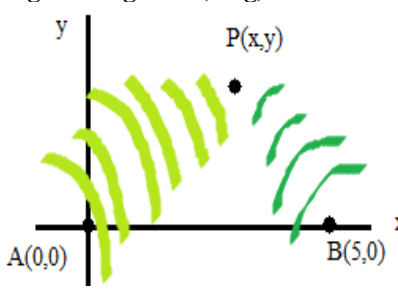
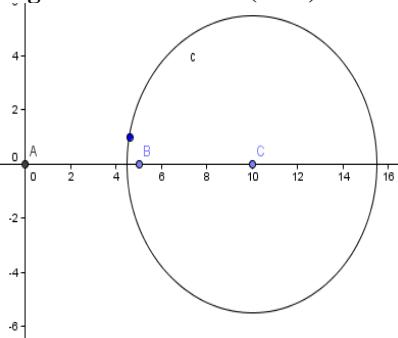
Fonte: De nossa autoria, baseado em Duval 2010, p, 14.

Considerando os distintos registros de representação semiótica utilizados em matemática adota-se, nesta pesquisa, oito deles: língua natural, os sistemas de escritas (numérico, algébrico, simbólico e tabular), geométrico, figural e gráfico, de acordo com a seguinte terminologia: Registro de Representação Algébrico (RAI), Registro de Representação Numérico (RNm), Registro de Representação em Língua Natural (RLN), Registro de Representação Gráfico (RGr), Registro de Representação Geométrico (RGe), Registro de Representação Figural (RFg), Registro de Representação Tabular (RTb) e Registro de Representação Simbólico (RSb) com a competência de mobilizar tratamento (T) e conversão (C), nas transformações semióticas. E para explicitar o referencial teórico adotado na investigação, sempre que possível, serão evidenciados exemplos de atividades presentes num dos livros adotados pelas escolas participantes da pesquisa¹⁴ acompanhado das resoluções apresentadas nos cadernos dos alunos do 3º ano do ensino médio que são os sujeitos da pesquisa.

Ao trabalhar com geometria analítica tal classificação pode ser expressa:

14 Matemática – Contexto & Aplicações, autor Luiz Roberto Dante, editora Ática, 2010.
Conexões com a Matemática, autora Juliana Matsubara, editora Moderna, 2010.

Quadro 03: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no ensino de geometria analítica

Registros de Representação Semiótica e a Geometria Analítica		
	Representações Discursivas	Representações Não Discursivas
Registros Multifuncionais	Registro na Língua Natural (RLN) Duas emissoras de rádio, a primeira com uma potência que é o dobro da segunda, estão separadas por uma distância de 5 quilômetros. Sabe-se que a intensidade com que um receptor recebe os sinais emitidos é proporcional à potência e inversamente proporcional ao quadrado da distância da emissora ao receptor. Determine os pontos nos quais a qualidade de recepção das emissoras é a mesma.	Registro Figural: (RFg) 
	Registro Algébrico da distância: (RAI) $d(P, A) = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ $d(P, B) = \sqrt{(x - 5)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(x - 5)^2 + y^2}$ Registro Algébrico das intensidades: (RAI) $I_1 = \frac{2k}{(\sqrt{x^2 + y^2})^2}$ $I_2 = \frac{k}{(\sqrt{(x - 5)^2 + y^2})^2}$ Registro Simbólico (RSb) O ponto que caracteriza o centro de transmissão é o ponto C (10,0) Registro Numérico (RNm) O transmissão das duas rádios chega a um raio de $5\sqrt{2}$ quilômetros.	Registro Geométrico: (RGe) 

Fonte: Atividade extraída do livro de Souza, (2010, p. 193).

Ao analisar essa atividade primeiramente se faz necessário esboçar um pequeno gráfico para que o aluno verifique a dimensão de como resolver a questão, em seguida, calcula-se a distância entre as emissoras A e B e o ponto que se quer determinar, uma vez que este ponto recebe a transmissão das duas rádios. A partir do esboço na representação geométrica pode estabelecer o seguinte, que a emissora A se encontra na origem do sistema cartesiano e que a emissora B encontra-se a cinco unidades distantes da emissora A, já o ponto de recepção da transmissão das duas cidades que se quer determinar representa-se genericamente $P(x, y)$.

Calculando a distância entre as emissoras e o ponto P, algebricamente, temos:

$$d(P, A) = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$d(P, B) = \sqrt{(x - 5)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(x - 5)^2 + y^2}$$

Pelo enunciado da questão sabe-se que a intensidade com que um receptor recebe os sinais emitidos é proporcional à potência e inversamente proporcional ao quadrado da distância

da emissora ao receptor e sabendo que a potência de A é o dobro da potência de B. Do registro de representação em língua natural, utilizando assim a conversão de registros obtemos a representação algébrica, generalizando o contexto.

$$I_1 = \frac{2k}{(\sqrt{x^2+y^2})^2} \text{ e } I_2 = \frac{k}{(\sqrt{(x-5)^2+y^2})^2}, \text{ onde } k \text{ é uma constante de proporcionalidade.}$$

Como quer determinar quando a qualidade de recepção é a mesma devemos igualar as intensidades, daí temos que:

$$\frac{2k}{(x^2 + y^2)} = \frac{k}{(x - 5)^2 + y^2}$$

Mobilizando a representação algébrica determina-se a equação geral da circunferência $(x - 10)^2 + y^2 = (\sqrt{50})^2$, e torna-se possível definir assim que o centro e o raio da circunferência são respectivamente $C(10, 0)$ e $r = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Dessa atividade inicial verificamos que existem métodos de resolução distintos, no qual o aluno pode trabalhar em apenas um tipo de representação, como a algébrica, por exemplo, ou então, mobilizar diversos tipos, tais como a saída na representação gráfica para a algébrica, ou a saída na representação algébrica para a numérica. Isso porque Duval (2009, 2012) considera que *as transformações dos registros que estão ligadas à semiose devem permitir atividades cognitivas fundamentais: o tratamento e a conversão*.

Quadro 04: Transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica

TRATAMENTO	CONVERSÃO
Nesse grupo temos que o registro permanece no mesmo sistema.	Mudança de sistema, mas há a conservação dos mesmos objetos.
Quase sempre, é somente este tipo de transformação que chama a atenção porque ele corresponde a procedimentos de justificação.	Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não congruência. Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem os mesmos objetos através de duas representações diferentes.

Fonte: De nossa autoria, baseado em DUVAL, 2009.

Ao se trabalhar com tratamento, as transformações ficam em um mesmo sistema semiótico. Já quando se trabalha na conversão, muda o sistema, mas permanece a referência ao mesmo objeto, por exemplo, o tratamento tabular dos elementos pertinentes a uma reta. Assim, o tratamento é a:

[...] transformação de uma representação obtida como dado inicial em uma representação considerada como terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade, os quais fornecem o critério de parada na série de transformações efetuadas. Um tratamento

é uma **transformação interna a um registro** [grifo do autor] de representação ou a um sistema (DUVAL, 2010, p. 57).

Diante dessa perspectiva e de acordo com Duval (2009), a aquisição do conhecimento matemático se dá por meio do desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização, uma vez que esses objetos não são perceptíveis por meio de instrumentos, mas através das diversidades nas representações semióticas.

Determinadas características diferenciam a atividade cognitiva da matemática mediante os outros campos do conhecimento. Para haver apreensão dos objetos matemáticos, é imprescindível mobilizar vários registros de representação, da mesma forma que, coordenar as transformações de um registro para outro. Moretti (2002, p. 344) garante que *o trânsito entre as mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental para a aprendizagem.*

Duval (2009), quando fala da conversão, destaca que esta consiste em transformar a representação de um objeto, situação ou informação fornecida em outra representação desse mesmo objeto, situação ou informação. Ele afirma que as situações que demandam traduzir, ilustrar, interpretar determinam a partir da representação de um registro dado, que se chegue à outra representação em um determinado registro. Nesse sentido,

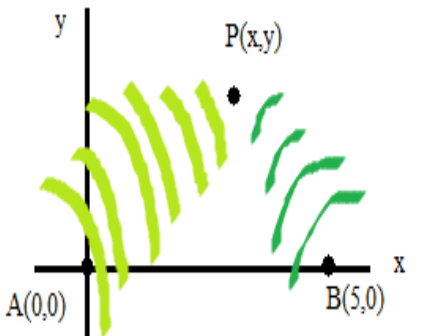
Conversão é então uma **transformação externa em relação ao registro de representação de partida** [grifo do autor]. A ilustração é a colocação em correspondência de uma palavra, de uma frase, ou de um enunciado com uma figura ou com um de seus elementos. A passagem inversa, da imagem a um texto, pode ser uma descrição ou uma interpretação. A colocação em equação dos dados de um enunciado do problema é a conversão de diferentes expressões linguísticas de relações em outras expressões dessas relações no registro de uma escritura simbólica (DUVAL, 2009, p.59)

Com base nesse exemplo, que procurou transitar por diversas formas de representar determinado conceito matemático e ressaltar a relevância das conversões dos registros de representação semiótica salientamos *que a aprendizagem matemática não deve ocorrer por meio do enclausuramento de registros, isto é, por meio da mobilização de uma única representação do objeto em estudo* (DUVAL, 2003).

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação (DUVAL, 2003, p. 14)

A transformação de conversão pode ser evidenciada, por exemplo, ao representar graficamente, no registro de representação (RGe) o enunciado do problema exposto no RLN e no RFg. Como a conversão é aliada à mobilização de conceitos próprios a cada sistema representacional, na conversão supracitada (RLN → RFg → RGe), os termos localização, distância, intensidade foram empregados para construir as representações que seguem:

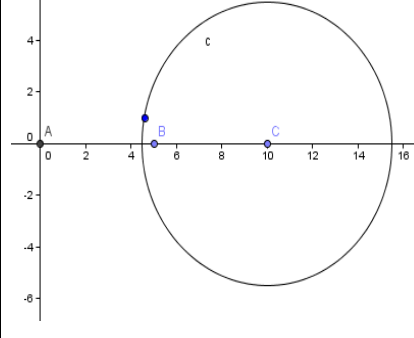
Quadro 05: Atividade que exemplifica conversão (RLN → RFg)

<p>Registro na Língua Natural (RLN)</p> <p>Duas emissoras de rádio, a primeira com uma potência que é o dobro da segunda, estão separadas por uma distância de 5 quilômetros. Sabe-se que a intensidade com que um receptor recebe os sinais emitidos é proporcional à potência e inversamente proporcional ao quadrado da distância da emissora ao receptor. Determine os pontos nos quais a qualidade de recepção das emissoras é a mesma.</p>	<p>Registro Figural (RFg)</p> 
--	--

Fonte: Extraído do livro de Souza (2010, p. 193).

Para solucionar o problema também podemos perceber a transformação de conversão que parte do RAl, por meio da generalização da fórmula geral para o cálculo da distância entre os pontos, em direção ao RGe, revelando uma relação funcional RAl → RGe, como exposto abaixo:

Quadro 06: Atividade que exemplifica a conversão RAl → RGe; RSb → RNm

<p>Registro Simbólico (RSb)</p> <p>O ponto que caracteriza o centro de transmissão é o ponto C (10,0)</p> <p>Registro Numérico (RNm)</p> <p>O transmissão das duas rádios chega a um raio de $5\sqrt{2}$ quilômetros.</p>	<p>Registro Algébrico (RAl)</p> <p>Cálculo das distâncias</p> $d(P,A) = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ $d(P,B) = \sqrt{(x-5)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + y^2}$	<p>Registro Geométrico (RGe)</p> 
--	---	---

Fonte: Extraído do livro de Souza (2010, p. 193).

Diante desse contexto podemos indicar elementos básicos que caracterizam a aprendizagem dos objetos matemáticos. Ao promover uma atividade de conversão, é de suma importância que se observe dois tipos de fenômenos.

As variações de congruência e de não-congruência: ocorre quando há uma comparação entre a representação inicial e a terminal; se a representação terminal revela-se na representação

inicial, a conversão é dita congruente; mas, se a representação final não revela-se claramente na representação de saída, pois os conteúdos são entendidos como objetos muito diferentes, a conversão é dita não-congruente.

Quadro 07: Classificação das atividades de conversão – Variação de congruência e não-congruência

Atividade de Conversão
Variação de Congruência
PROBLEMA 01: Uma fábrica produz dois tipos de calça, A e B, sendo x a quantidade diária produzida da calça A e y , da calça B. Cada unidade produzida de A custa R\$ 30,00 e cada unidade produzida de B custa R\$ 70,00. Qual é o custo total diário da produção conjunta de A e B?
$p = 30x + 70y$
Variação de não-congruência
PROBLEMA 02: O conjunto dos pontos cuja abscissa e cuja ordenada têm o mesmo sinal $x \cdot y > 0$ O produto da abscissa e da ordenada é maior que zero.

Fonte: De nossa autoria baseado em Duval (2003)

No PROBLEMA 01, temos um exemplo de um registro expresso no RLN, traduzimos para o RAI apresentando as mesmas características, uma vez que *comparar a representação no registro de partida com a representação terminal no registro de chegada*, revelamos absolutamente o mesmo objeto matemático (DUVAL, 2003, p. 19).

De forma distinta temos o PROBLEMA 02 que é caracterizado por uma conversão não-congruente, pois o sinal da abscissa e da ordenada expresso em RLN não revela na expressão $x \cdot y > 0$ no RAI da representação terminal.

b) as heterogeneidades dos sentidos de conversão referem-se à necessidade de promover a variação de sentidos às conversões, ou seja, a partir de um registro para outro e realizar outra atividade matemática que requeira uma inversão entre o registro de partida e o de chegada. Dessa forma, essa transformação não é apenas uma sequência de procedimentos algoritmizados, empregando análises sobre cada sistema de representação.

Nesse contexto, Duval (2012a, p.105) destaca que *o problema da congruência ou não congruência semântica de duas representações matemáticas de um mesmo objeto, é, portanto, o da distância cognitiva entre estas duas representações, sejam elas pertencentes ou não ao mesmo registro*.

Dessa forma, quanto maior for a distância cognitiva, maior será o custo cognitivo para a mudança de um registro de representação para outro, aumentando também a possibilidade de não haver a compreensão do conceito. Isso ocorre com grande parte dos alunos com diferentes

níveis e domínios do conhecimento matemático e geralmente não é levado em conta para superar as dificuldades na aprendizagem de determinados conceitos.

Quanto à geometria, Duval (1995) destaca que a sua compreensão envolve três aspectos cognitivos com funções epistemológicas específicas:

[...] *visualização* para a exploração heurística de uma situação complexa; *construção* de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados; *raciocínio*, que é o processo que conduz para a prova e a explicação; (DUVAL, 1995 apud ALMOULOU, 2010, p. 126).

Diante disso, a maior parte dos problemas de ensino e aprendizagem em matemática se deve ao fato de que a coordenação dos registros de representação e seu tratamento não se operam de forma espontânea. Além disso, a utilização do suporte visual é pouco explorada nas situações de ensino, apesar de as figuras formarem *um suporte intuitivo importante nos passos da demonstração em Geometria* (ALMOULOU, 2010, p. 130).

Com base nesses exemplos, destacamos que Duval (2003) chama a atenção de que a aprendizagem matemática não deve ocorrer por meio do enclausuramento de registros, isto é, por meio da mobilização de uma única representação do objeto em estudo. A contribuição fundamental dos estudos de Duval para o processo de ensino e de aprendizagem matemática condiz em *apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático*, pois *uma única via não garante a compreensão* (FLORES, 2006, p.80). Dessa forma, trabalhar com um único registro pode resultar na confusão entre o objeto matemático e a sua representação, por exemplo, $y = x$ seria a reta e não uma das representações do objeto matemático.

De acordo com a teoria dos registros de representação semiótica e a observação realizada nos encaminhamentos didáticos dos professores que compõem os sujeitos da pesquisa percebemos que nem sempre os conteúdos matemáticos são abordados de modo a valorizar as conversões.

Por exemplo, ao iniciar os conceitos de ponto médio, os docentes utilizaram diversas formas na abordagem desse conceito checando o cálculo por meio de uma representação algébrica, acompanhado de observações no RLN, ou seja, não houve a preocupação de apresentar a situação num outro sistema representacional. A forma como os registros se aparecem nos protocolos e no livro didático torna implícito que, alguns conceitos ou a estrutura

do objeto matemático sejam compreendidos, favorecendo assim, seu entendimento na atividade matemática proposta.

Figura 02: Atividade que exemplifica o enclausuramento – Prof. β_1

3- ponto médio de um segmento:

Seja o segmento \overline{AB} , sendo $A(x_A; y_A)$ e $B(x_B; y_B)$ seu ponto médio é representado por $M(x_M; y_M)$ e obtido através de:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Ex: Encontre o ponto médio de:

① $A(3; 4)$ e $B(5; 9)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 9}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

② $A(-2; 9)$ e $B(6; 3)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

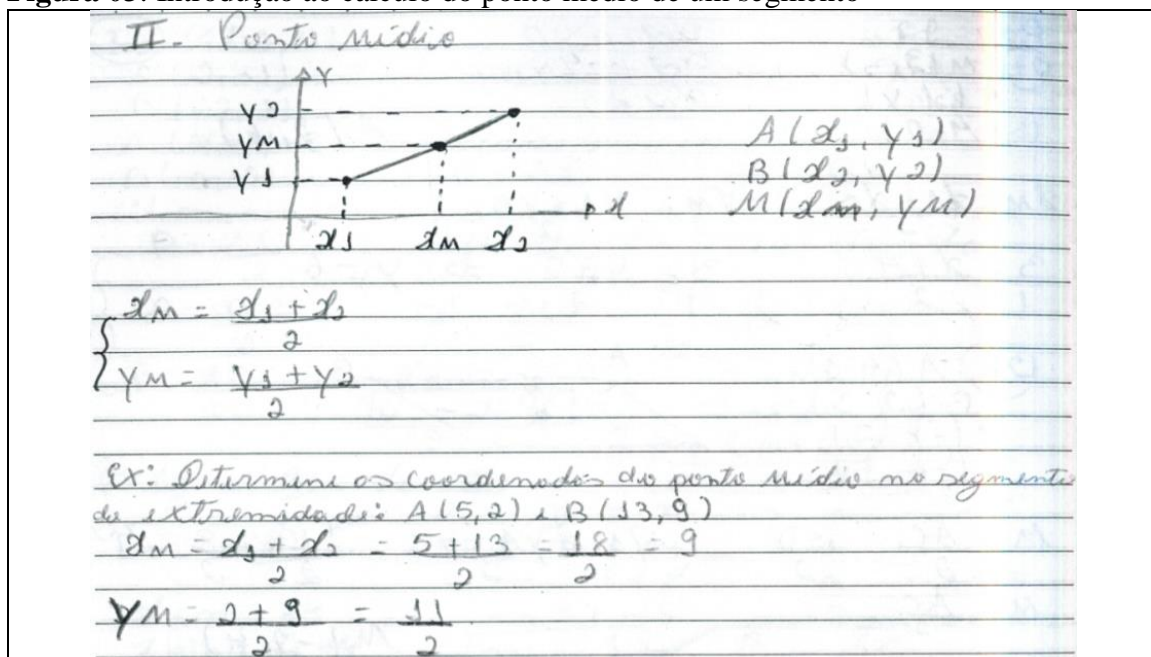
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{9 + 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$M(4; 6,5)$

$M(2; 6)$

Fonte: Conteúdo do caderno do Aluno 01 – Turma C_1 – Prof β_1

Uma alternativa para reverter esse quadro, poderia ser por meio da mobilização do RGr, como indica o livro didático adotado pelos participantes da pesquisa. Ressaltamos que um dos docentes utiliza a representação gráfica para expressar a situação do ponto médio, ainda na introdução do conceito.

Figura 03: Introdução ao cálculo do ponto médio de um segmento

Fonte: Matsubara (2012, p. 90) conteúdo do caderno do aluno 02 – Turma A₁– Prof α_1

Destacamos que não concebemos que o LD seja o único instrumento de auxílio ao planejamento e do encaminhamento didático do docente. Contudo, não se deve descartar a importância desse instrumento como apoio pedagógico em sala de aula. Segundo Santos (2007), o LD *ainda exerce forte influência transformando-se em um recurso poderoso no processo ensino-aprendizagem, que geralmente determina o que será ensinado na escola.*

Diante disso, observamos que o professor ainda restringe as suas escolhas a partir das propostas do LD adotado e nem sempre a orientação dada ao aluno valoriza as diversas formas de representação de um mesmo objeto matemático. Essa ideia é corroborada por Duval (2003, p. 21) quando afirma que essa ação *limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem.*

CAPÍTULO II: A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS E NOS CADERNOS DOS ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DE ITABAIANA/SE

No intuito investigar como e quais representações matemáticas são mobilizadas por alunos de 3º ano do ensino médio das escolas públicas da rede estadual de ensino de Itabaiana/SE fez-se uma pesquisa qualitativa, corroborando assim com os ideais propostos por Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1998), Lüdke e André (2007).

Para tanto, os procedimentos metodológicos utilizados seguem a linha da compreensão e interpretação, partindo *do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá a conhecer de modo imediato, precisando ser desvelado* (ALVES-MAZZOTTI E GEWANDSZNAJDER, 1998, p. 131), além dos princípios da análise de conteúdo definidos por Bardin (2010) no qual prevê a apreciação de documentos por meio de uma organização composta por três polos cronológicos: a pré-análise; a exploração do material; e, o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

Na pré-análise, ocorre *a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, à formulação das hipóteses e dos objetivos e à elaboração dos indicadores que fundamentam a interpretação* (BARDIN, 2010, p.121). Nessa fase, sistematizamos as ideias iniciais, ou seja, constituímos o formato documental da pesquisa. Para tanto, entramos em contato com a equipe diretiva das escolas da rede pública estadual de Itabaiana/SE para identificar quais os livros didáticos adotados nos 3º anos do ensino médio, bem como o contato com alunos e professores para obter autorização para fotocopiar os registros de aula dos alunos, ou seja, seus cadernos na disciplina de Matemática.

Desse modo, este capítulo será composto por duas sessões na primeira (2.1), apresentamos a análise do livro didático **Conexões com a Matemática** adotado no Colégio Estadual Murilo Braga, cuja autora responsável é Juliana Matsubara Barroso, publicado pela Editora Moderna, com ISBN 978 85 16 06556 0, 2012, ao mesmo tempo que exporemos a análise do livro **Matemática – Contexto e Aplicações** de autoria de Luiz Roberto Dante, publicado pela Editora Ática, cujo ISBN é 978 85 08 12913 3, 2012 utilizado no Colégio Estadual Eduardo Silveira.

Na segunda sessão (2.2) descreveremos ainda sob o princípio da análise de conteúdo de Bardin (2010), a análise dos registros de aula de 03 (três) alunos que compõem cada uma das

turmas de 3º ano do ensino médio participantes da pesquisa, com a finalidade de correlacionar o que está presente no livro didático e àquilo que fora registrado no documento do aluno.

2.1 A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO 3º ANO EM DUAS ESCOLAS DE ITABAIANA/SE

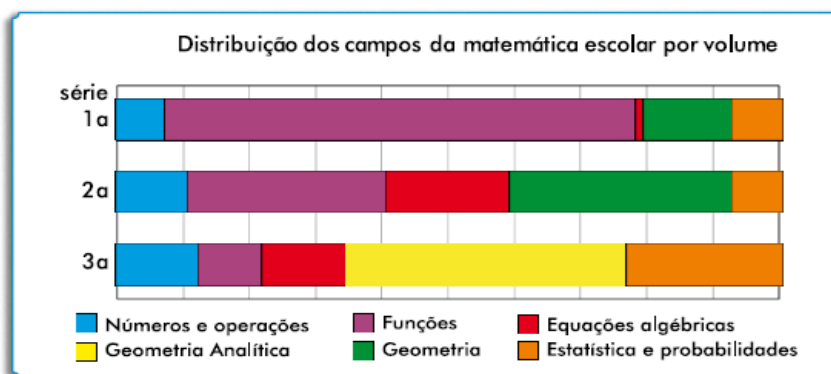
A seguir apresentaremos uma análise, baseada nos princípios de Bardin (2010), dos livros didáticos adotados nas escolas participantes deste estudo. Vale ressaltar que devido a identificação de dois livros didáticos optamos por apreciá-los no mesmo subcapítulo, ou seja, traremos as abordagens pertinentes a ambos os exemplares, como também apresentaremos aproximações e distanciamentos existentes entre eles.

2.1.1 PRÉ-ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

De acordo com o Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLD/2012), que serve de suporte para a escolha do livro adotado nas escolas públicas de todo país (BRASIL, 2012), a coleção **Conexões com a Matemática** prioriza a utilização da álgebra na resolução da maioria dos exercícios propostos.

De forma clara e objetiva, essa coleção contém muitas ilustrações que “auxiliam na compreensão dos temas estudados”, mas, o quantitativo de atividades “torna as páginas muito carregadas” e *nem sempre são dadas oportunidades de o aluno experimentar, refletir, conjecturar e fazer inferências, pois o conteúdo, definições e procedimentos são apresentados precocemente* (BRASIL, 2010, p. 87-88).

Por meio da análise da figura 04, que apresenta a distribuição percentual dos campos da Matemática do 1º ao 3º ano do ensino médio, constatamos que, nessa coleção de livros didáticos, o campo da geometria analítica é abordado somente no 3º ano, porém em algumas atividades há a presença do conteúdo, embora de forma muito superficial. Salientamos que quase na totalidade o assunto de geometria analítica é abordado no início do livro, mas, somente no último ano do ensino médio.

Figura 04: Percentual dos campos da Matemática – Conexões com a Matemática

Fonte: Guia dos Livros Didáticos – PNLD/2012 – BRASIL, 2012, p. 62

Esse livro é composto por 280 páginas e está dividido em 08 capítulos. Desses, os de número 04, 05 e 06, pertencentes a unidade 02, intitulados respectivamente, *conceitos básicos e a reta, circunferência, cônicas*, são referentes ao ensino de geometria analítica, por meio de uma linguagem acessível aos leitores e com muitas figuras nas atividades, desde a introdução do conteúdo até o término do capítulo. Além disso, as atividades alternam-se entre reprodução e aplicação dos conteúdos trabalhados, ou seja, o aluno conceitua alguns pontos e aplica-os na resolução de atividades.

A estrutura dos capítulos do livro didático segue desde a apresentação do objeto matemático, que vale ressaltar que é iniciado por uma situação-problema e que explora os conhecimentos prévios dos alunos, por meio de um texto e imagens, seguem em cada capítulo mostrando ao lado esquerdo das páginas os objetivos do próprio capítulo, intercala com fatos históricos que levaram a formulação de determinados objetos matemáticos, em todo texto de conteúdo mostra observações, reflexões sobre o conteúdo.

Apresenta ainda subtópicos para facilitar o entendimento do objeto matemático, além disso, após o texto seguem exercícios resolvidos, exercícios propostos. No final de cada capítulo há exercícios complementares subdivididos em (complementares de aplicação e complementares de aprofundamento).

Um fato que vale ser destacado nessa coleção é o *Resumo do capítulo*, no qual a autora traz uma revisão das fórmulas e conceitos aprendidos no decorrer do capítulo. Destacamos ainda a *Auto avaliação*, que se referem a mais questões para verificação da assimilação dos objetos matemáticos, além da seção, denominada *Retomada de conceitos*, na qual os alunos preenchem uma tabela na qual se verifica os acertos e erros presentes na auto avaliação. E, após, as leituras complementares, constam as referências bibliográficas utilizadas para a elaboração desse LD.

Como a autora se preocupa em apresentar, em todos os capítulos, conceitos, propriedades ou elementos da geometria envolvendo de alguma forma a geometria analítica optamos por analisar todas as atividades propostas o livro *Conexões com a Matemática*, bem como, as dos exercícios complementares.

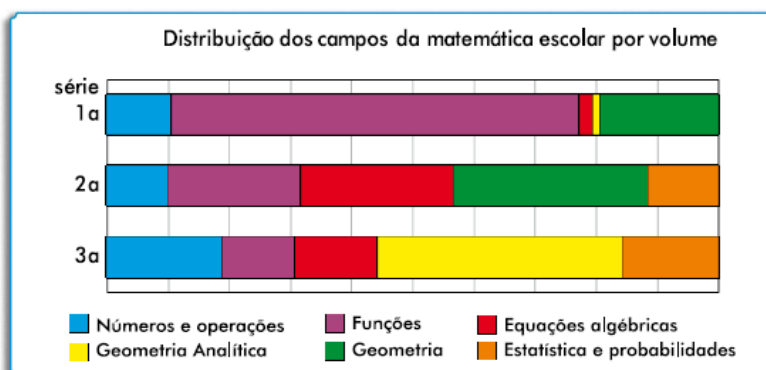
Em relação ao livro **Matemática – Contexto e Aplicações** observamos na pré-análise que, de acordo com o Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLD/2012), essa coleção prioriza a resolução de problemas, atividades que desenvolvem cálculos mentais, contempla aplicações dos objetos matemáticos, propõe trabalhos, além de apresentar no final de cada capítulo questões de vestibulares nacionais.

Na abertura dos capítulos o autor apresenta um pouco da história de cada objeto matemático para que o aluno comece a interagir com o conteúdo novo, e mais, apresenta uma atividade para que o aluno já se familiarize com os conceitos que irão ser trabalhados no decorrer dos capítulos.

Cada capítulo inclui uma seção de exercícios, intitulada *Tim-tim por Tim-tim*, em que são seguidas, em detalhes, diferentes fases de resolução de um problema; *A Matemática e as práticas sociais*, com situações-problema relacionadas à formação para a cidadania; e *Atividades adicionais*, que reúnem questões de vestibulares de todas as regiões do país. No final dos livros, temos: *Questões do Enem*; *Glossário*; *Sugestões de leituras complementares*; *Significado das siglas de vestibulares*; *Referências bibliográficas* e *Respostas*. (BRASIL, 2012, p. 61 e 62)

A seguir temos a distribuição percentual dos campos da matemática nas três séries do Ensino Médio, mostra como e quais são conceitos matemáticos trabalhados em cada série. Salientamos que a concentração da abordagem do objeto matemático geometria analítica está focado no 3º ano, apesar de haver uma pequena citação no 1º ano.

Figura 05: Percentual dos campos da Matemática - Matemática – Contexto & Aplicações



Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD/2012 (BRASIL, 2012, p. 64)

Ainda de acordo com o PNLD/2012, a geometria analítica é realizada da seguinte forma:

O estudo da geometria analítica é feito adequadamente, com boas ilustrações e exercícios bem escolhidos. Notam-se diversas aplicações em outros campos da Matemática, inclusive em relação à geometria plana. Entretanto, constatasse fragmentação na apresentação dos conteúdos. (BRASIL, 2012, p. 65)

Esse livro é composto por 360 páginas e está dividido em 08 (oito) capítulos. Desses, os de número 01, 02 e 03, intitulados, respectivamente, *Geometria analítica: ponto e reta*, *Geometria analítica: a circunferência* e *Geometria analítica: secções cônicas* são referentes à adoção do campo da geometria analítica. Cabe ainda ressaltar que após todos os capítulos e antes das respostas das atividades, há um banco de questões que retoma todos os conceitos aprendidos em matemática desde o Ensino Fundamental, traz ainda questões que foram colocadas em diversos vestibulares nacionais.

A partir dessa pré-análise, selecionamos os indicadores que permite buscar os indícios sobre a geometria analítica fundamentados na teoria dos registros de representação semiótica, no que tange a aprendizagem da matemática e a mobilização de várias representações.

2.1.1 A APRECIACÃO DO LIVRO DIDÁTICO

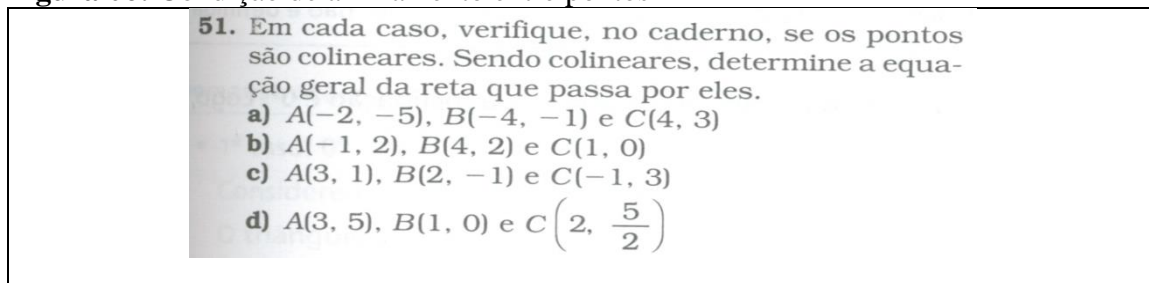
Na segunda fase da análise do conteúdo, ocorre a exploração do material. Nesse momento, organizamos o quantitativo total das atividades presentes nos LD, identificamos em seguida em cada capítulo que aborda um conceito inerente a geometria analítica o total de questões, incluindo itens e subitens, para então selecionar as que mobilizavam a escrita literal eliminando aquelas que já continham resolução.

Vale ressaltar que, neste estudo estamos considerando conceitos inerentes a geometria analítica a introdução desse conceito, o estudo analítico do ponto e da reta, o estudo analítico da circunferência e o estudo analítico das cônicas. Após a seleção das atividades que envolviam a escrita literal e enfatizavam pelo menos um dos conceitos supracitados, passamos a codificá-las agrupando-os em três grupos¹⁵: ponto e reta, circunferência e cônicas, observando as transformações de representações e os registros mobilizados nessas transformações.

¹⁵ Tendo em vista que a introdução dos conceitos será analisada apenas nos registros dos cadernos dos alunos.

Nesse momento, constatamos que na mesma atividade poderia ser qualificada por mais de uma subdivisão do objeto geometria analítica e de transformações de registros de representação semiótica.

Figura 06: Condição de alinhamento entre pontos



Fonte: Extraído do livro de Matsubara 2012.

Na figura 06, por exemplo, foram contabilizadas oito (08) atividades, pois, cada subitem foi considerado individualmente. Além disso, como expõe o enunciado, solicita-se a verificação de alinhamento entre três pontos e em seguida, em caso afirmativo, a equação geral da reta que passa por eles. Assim, ao analisar todos esses subitens em relação às transformações semióticas, concordamos que eles compreendem tratamentos mobilizados no registro algébrico.

A partir de então mostraremos os resultados obtidos na pré-análise dos livros didáticos que estão sendo utilizados nessa pesquisa. Denominaremos LDA (o livro didático Conexões com a Matemática) e LDB (o livro didático Matemática – Contexto & Aplicações).

Diante desses critérios, compilamos separadamente o quantitativo de atividades de cada capítulo e dos exercícios extras, acrescidos no LDA, sendo que, das mil, cento e noventa e oito (1198) atividades propostas em todo o livro, a autora utiliza 624 atividades para abordar o objeto matemático da geometria analítica.

Além disso, optamos por considerar as atividades presentes no decorrer dos capítulos (Capítulo IV, Capítulo V e Capítulo VI), bem como, nos Exercícios Complementares (Ex. Complementar IV, Ex. Complementar V e Ex. Complementar VI).

Já no LDB compilamos o quantitativo de atividades de cada capítulo e das atividades adicionais, sendo que das mil trezentas e seis (1306) atividades propostas em todo o LD, trezentas e setenta e quatro (374) são elementos dessa pesquisa, enquadradas em uma das subdivisões da geometria analítica e fazendo parte das questões categorizadas. Vale salientar que dentro dessas 374 atividades selecionadas duzentas e sessenta e seis (266) são de exercícios propostos e cento e oito (108) são de atividades adicionais.

Além disso, como optamos por considerar as atividades presentes no decorrer dos capítulos (Capítulo I, Capítulo II e Capítulo III), como também as Atividades Adicionais (Ativ.

Adic. I, Ativ. Adic. II e Ativ. Adic. III) nomeamos os seguintes dados que são expostos na tabela (04).

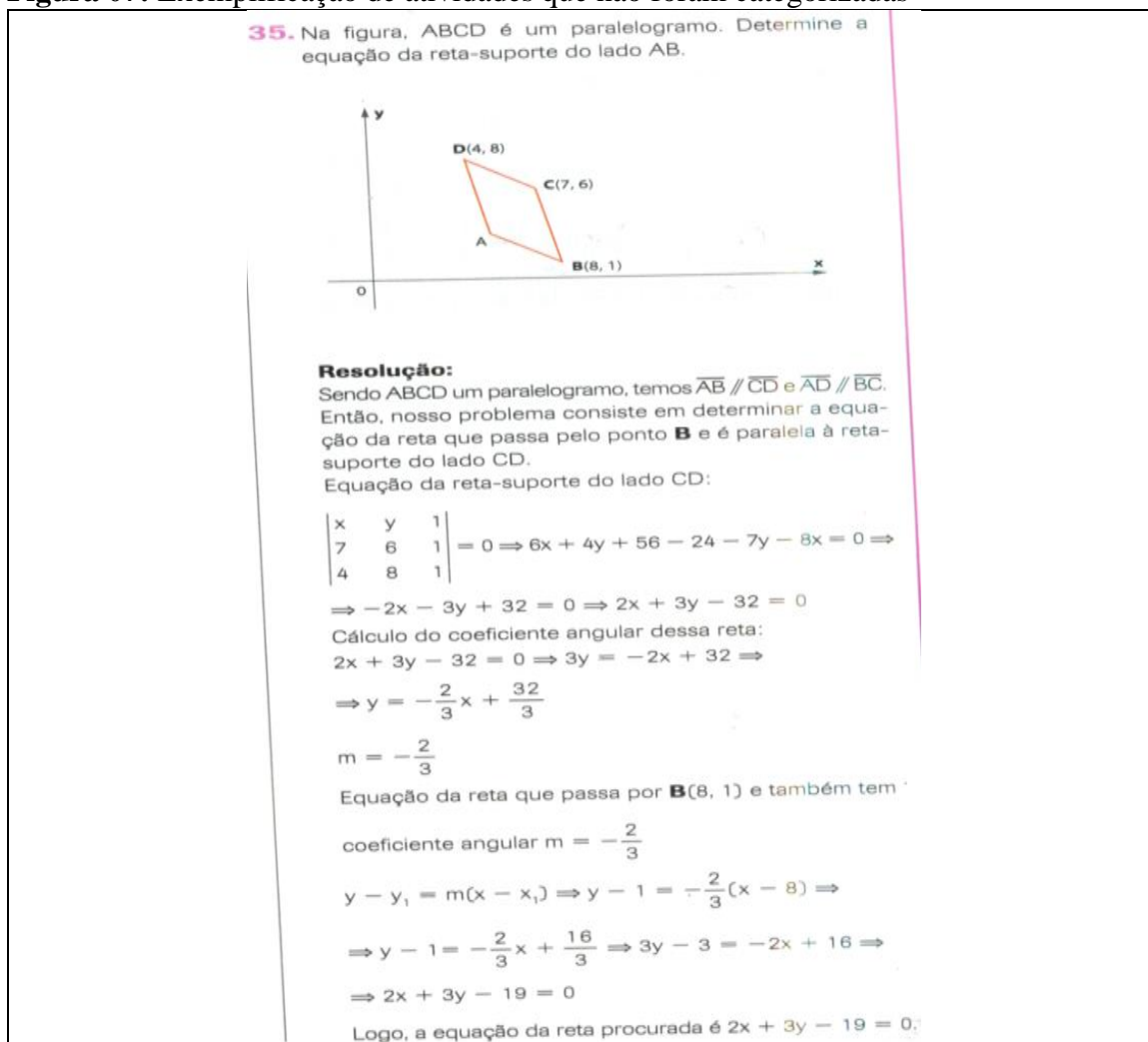
A tabela abaixo apresenta um resumo do quantitativo pertinente às atividades que são abordadas nas seções que compõem essa pesquisa. Classifiquei como atividades extras àquelas que se encontram no final de cada capítulo do LD, uma vez que, em ambos os livros, as questões que seguem no final dos capítulos são denominadas por Atividades Complementares e Atividades Adicionais, nos LDA e LDB, respectivamente.

Tabela 04: Tabela por capítulo – Quantitativo de questões e atividades categorizadas

		LDA		LDB	
		TOTAL DE ATIVIDADES	TOTAL DE ATIVIDADES CATEGORIZADAS	TOTAL DE ATIVIDADES	TOTAL DE ATIVIDADES CATEGORIZADAS
PONTO E RETA	ATIVIDADES	321	282	201	143
	ATIVIDADES EXTRAS	54	52	46	46
CIRCUNFERÊNCIA	ATIVIDADES	120	105	70	48
	ATIVIDADES EXTRAS	32	31	17	17
CÔNICAS	ATIVIDADES	61	52	112	75
	ATIVIDADES EXTRAS	36	34	45	45
	TOTAL	624	556	491	374

Fonte: De nossa autoria baseada no quantitativo de atividades categorizadas nos livros didáticos.

Após a categorização das atividades que solicitam a escrita literal em sua resolução, passamos a classificá-las de acordo com o tipo de transformações semióticas, bem como, identificando os registros envolvidos em cada fase da resolução. Destacamos que as atividades que não foram categorizadas apresentavam-se com a resolução das mesmas nos livros didáticos, assim como questões que se apresentavam de forma aberta, ou seja, pedindo a opinião do aluno acerca de algum tema. A seguir mostraremos um exemplo de atividade que não foi categorizada.

Figura 07: Exemplificação de atividades que não foram categorizadas

Fonte: Extraído do livro de Dante, 2012, p. 32.

A partir de atividades como essa Figura 07, elaboramos três (03) tabelas, cada uma correspondendo a um dos capítulos do LDA, que aborda o ensino de geometria analítica, organizadas de modo a conter colunas especificando o número da questão, acompanhados dos subitens, conforme o livro didático; faremos a seguinte divisão: conceitos básicos de ponto e reta (CPR), conceito de circunferência (CC) e conceitos de cônicas (CCn); os registros de representação semiótica mobilizados: Registro de Representação Algébrico (RAI), Registro de Representação Numérico (RNm), Registro de Representação em Língua Natural (RLN), Registro de Representação Gráfico (RGr), Registro de Representação Geométrico (RGe), Registro de Representação Figural (RFG), Registro de Representação Tabular (RTb) e Registro de Representação Simbólico (RSb); e o tipo de transformação das representações semióticas: Tratamento (T) ou Conversão (C), como mencionamos anteriormente.

A título de exemplificação, apresentamos a tabela referente ao capítulo 06, destacando que as linhas que possuem uma tonalidade acinzentada referem-se às questões pertencentes aos exercícios complementares.

Tabela 05: Distribuição das atividades do Capítulo VI do LDA

CAPÍTULO VI	Nº da atividade	Conceito da Geometria Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01, 03 a, b, c, 09, 10, 16, 19 a, b	CCn	RSb – RAl	C	09
	02 a, b, c, d, 04, 07, 11 a, b, c, 13 a, b, 18 a, b, 22, 25	CCn	RGe – RAl	C	15
	05 a, b, c, d, 06 a, b	CCn	RAl – RSb	C	06
	08 a, b, c, d, 14 a, b, 15 a, b, 21 a, b, c, d, 24	CCn	RAl – RGe	C	13
	12, 23 a, b	CCn	RAl	T	03
	17 a	CCn	RAl – RGe – RNm	C	01
	17 b	CCn	RAl – RGe – RLN	C	01
	26, 32, 38	CCn	RSb – RAl	C	03
	27 a, b, c	CCn	RAl – RNm	C	03
	28	CCn	RSb – RGe – RLN	C	01
	29	CCn	RLN – RFg	C	01
	31, 35, 42 a, b, 47	CCn	RGe – RAl	C	05
	33, 48, 55	CCn	RAl – RGe – RSb	C	03
	34	CCn	RSb – RNm	C	01
	36, 41, 53	CCn	RAl – RSb	C	03
	37, 46, 54	CCn	RAl – RGe	C	03
	39, 44, 45, 52	CCn	RAl – RNm	C	04
	43	CCn	RAl	T	01
	49 a, b, c, d, 51	CCn	RAl – RLN	C	05
	50	CCn	RSb – RLN	C	01

Fonte: De nossa autoria, baseado no livro didático A.

Em qualquer conceito da geometria analítica temos a função de relacionar elementos da álgebra com elementos da geometria. Quando realizamos a análise das noções básicas, ponto e reta destacamos que há relações na distância entre pontos, cálculo da equação geral da reta, ou seja, usamos muitas expressões algébricas para a determinação das equações, além de haver muitas representações gráficas em diversas questões.

Já no LDB, elaboramos também três (03) tabelas, cada uma correspondendo a um dos capítulos do livro, organizando de modo a conter colunas especificando o número das questões, acompanhado dos subitens, quando houver, conforme o livro didático. Exemplificando a tabulação dessas atividades apresentamos um resumo indicativo ao Capítulo I (Tabela 06),

destacando as linhas que possuem uma tonalidade mais acinzentada referem-se às questões pertencentes às Atividades Adicionais.

Tabela 06: Distribuição das atividades do Capítulo I do LDB

CAPÍTULO I	Nº da atividade	Conceito da Geometria Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01 a, b, c, d, e,	CPR	RGr – RSb	C	05
	02 a, b, c, d, e, f, g, h, i	CPR	RSb – RGr	C	09
	03, 05	CPR	RGe – RSb	C	02
	04	CPR	RSb – RNm	C	01
	06	CPR	RSb – RLN	C	01
	07	CPR	RSb – RAl – RNm	C	01
	08 a, b, c, d, e, f, 09, 10, 12, 24, 30, 39, 42, 45, 56, 61 a, b, c, d, 62, 63, 66 a, b, c, d, e, f, 67, 72	CPR	RAl – RNm	C	29
	11, 15 a, b, c, d, 16, 20, 21, 22, 25, 48 a, b, c, d, e, 49, 57, 58, 64	CPR	RAl – RSb	C	19
	13	CPR	RLN – RAl	C	01
	14	CPR	RGr – RNm	C	01
	17, 18, 65, 71	CPR	RGe – RAl – RNm	C	04
	19, 50, 51, 52, 54	CPR	RGe – RAl – RSb	C	05
	23 a, b, 26 a, b, c, d, e, 28 a, b, c, d, e, 31, 32, 33, 34 a, b, c, d, 35 a, b, c, d, 38 a, b, c, d, 46 a, b, c, 53, 55 a, b, c, d, 60, 68 a, b, c, d, e, f, 69, 77 a, b, 78, 79, 80 a, b	CPR	RAl	T	32
	27	CPR	RNm	T	19
	29, 44	CPR	RAl – RLN	C	02
	36, 40, 41, 43, 47, 59	CPR	RGe – RAl	C	06
	37	CPR	RGr – RAl	C	01
	70, 73, 74, 75	CPR	RGe – RNm	C	04
	76	CPR	RGr – RNm	C	01
	01	CPR	RLN	T	01
	02, 07, 08, 11, 13, 15, 16	CPR	RAl – RSb	C	07
	03, 04, 06	CPR	RGe – RAl – RLN	C	03
	05, 14, 18 a, b, c, d, 22 a, b, c, d, 25 a, b, c, 26, 27, 30, 32, 37, 38	CPR	RAl	T	19
	09, 12	CPR	RGr – RAl – RNm	C	02
	10	CPR	RSb – RAl – RNm	C	01

17	CPR	RSb – RGr – RNm	C	01
19, 21, 28, 29, 34	CPR	RGe – RAl	C	05
20, 23, 33, 36	CPR	RAl – RNm	C	04
24	CPR	RAl – RLN	C	01
31, 35	CPR	RGe – RAl – RNm	C	02

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático B.

Ao analisar todas as atividades presentes nos dois livros didáticos constatamos que há a presença determinante da conversão dos diversos registros de representação. Os autores privilegiam registros de representações de partida, tais como o algébrico e o geométrico, da mesma forma que faz com que os alunos cheguem aos registros de representação numérico, algébrico, geométrico. Há atividades que necessitam de um registro de representação intermediário para que se tenha a resolução da mesma, ou seja, em uma atividade, por exemplo, parte-se do registro de representação algébrico, passa pelo geométrico e finaliza no numérico, possibilitando ao aluno a mobilização de mais de dois tipos de representação.

O aluno pode utilizar, para a resolução das atividades diversas formas, caminhos para a efetivação do cálculo e validação das mesmas, destacamos que as questões que apresentavam resolução não foram categorizadas. As demais atividades foram categorizadas levando em consideração alguns aspectos, ou seja, em uma atividade que apresenta uma equação de reta, circunferência ou de cônica, foi classificada como registro de representação algébrico, já as atividades que envolviam os conceitos de geometria analítica no plano cartesiano, foram classificadas como registro de representação geométrico, atividades que exigiam que os alunos determinassem um número, por exemplo, a distância entre ponto e reta, classificamos como registro de representação numérico, atividades que traziam pontos representados pelo par ordenado, classificamos como registro simbólico. Verificamos assim que, o aluno que transita por esses registros tende a compreender os conceitos envolvidos em cada atividade.

A seguir apresentaremos a tabela 07 que contabiliza os registros envolvidos para a resolução das atividades propostas e atividades extras. Nessa tabela contém ainda os percentuais correspondentes a cada registro envolvido e trabalho no decorrer dos livros didáticos, vale salientar que essas atividades foram contabilizadas em itens e subitens.

Tabela 07: Caminhos para a resolução das atividades propostas nos livros didáticos.

	CAMINHO	LIVRO A	TOTAL (%)	LIVRO B	TOTAL (%)
ATIVIDADES PROPOSTAS	RSb – RGe	06	1,09	00	0,00
	RSb – RLN	12	2,16	01	0,27
	RSb – RGe – RAl – RNm	10	1,80	00	0,00
	RSb – RAl	74	13,31	01	0,27
	RSb – RAl – RLN	01	0,18	00	0,00
	RSb – RGr	01	0,18	09	2,41
	RSb – RAl – RNm	19	3,42	01	0,27
	RSb – RGe – RAl – RLN	02	0,36	00	0,00
	RSb – RGe – RAl	08	1,44	00	0,00
	RSb – RAl – RSb	16	2,88	00	0,00
	RSb – RGe – RAl – RSb	02	0,36	00	0,00
	RSb – RNm	09	1,62	01	0,27
	RSb – RGe – RSb	05	0,90	00	0,00
	RSb – RAl – RLN	06	1,08	00	0,00
	RSb – RAl – RGe	01	0,18	00	0,00
	RSb	02	0,36	07	1,87
	RGr – RAl	10	1,80	06	1,60
	RGr – RAl – RLN	01	0,18	00	0,00
	RGr – RGe – RAl -RNm	00	0,00	02	0,53
	RGr – RNm	01	0,18	02	0,53
	RGr – RAl – RNm	02	0,36	00	0,00
	RGr – RSb	00	0,00	05	1,34
	RNm – RAl	01	0,18	00	0,00
	RNm – RLN	06	1,08	00	0,00
	RGe – RNm	06	1,08	04	1,07
	RGe – RSb	07	1,26	02	0,53
	RGe – RAl	42	7,55	13	3,48
	RGe – RLN	03	0,54	00	0,00
	RGe – RAl – RSb	04	0,72	05	1,34
	RGe – RAl – RNm	14	2,52	05	1,34
	RGe – RSb – RAl	05	0,90	00	0,00
	RLN	05	0,90	05	1,34
	RLN – RSb	02	0,36	00	0,00
	RLN – RAl – RNm	00	0,00	01	0,27
	RLN – RNm	00	0,00	01	0,27
	RLN – RAl	02	0,36	01	0,27
	RLN – RGe	01	0,18	00	0,00
	RAl – RLN	21	3,78	18	4,81
	RAl – RGr	14	2,52	03	0,80
	RAl – RGr – RNm	02	0,36	02	0,53
	RAl – RSb	31	5,58	37	9,89
	RAl	31	5,58	92	24,60
	RAl – RGe	15	2,70	01	0,27

ATIVIDADES COMPLEMENTARES	RAI – RNm	29	5,22	39	10,43
	RAI – RGe – RSb	07	1,26	01	0,27
	RAI – RGe – RNm	01	0,18	00	0,00
	RAI – RGe – RLN	01	0,18	00	0,00
	RNm	00	0,00	01	0,27
	RFg	01	0,18	00	0,00
	RGr – RLN	01	0,18	00	0,00
	RGr – RAI – RSb	02	0,36	03	0,80
	RSb – RAI – RNm	08	1,44	01	0,27
	RSb	00	0,00	05	1,34
	RSb – RAI – RSb	03	0,54	00	0,00
	RSb – RGe – RAI – RSb	03	0,54	00	0,00
	RSb – RAI	16	2,88	00	0,00
	RSb – RNm	03	0,54	00	0,00
	RSb – RGe – RNm	01	0,18	01	0,27
	RSb – RGe – RLN	01	0,18	00	0,00
	RSb – RLN	01	0,18	02	0,53
	RLN – RSb – RAI	02	0,36	00	0,00
	RLN – RAI – RNm	01	0,18	00	0,00
	RLN – RGe – RAI – RNm	01	0,18	00	0,00
	RLN	00	0,00	01	0,27
	RLN – RNm – RAI	01	0,18	00	0,00
	RLN – RFg	01	0,18	00	0,00
	RGe – RAI	09	1,62	06	1,60
	RGe – RNm	02	0,36	00	0,00
	RGe – RAI – RLN	00	0,00	03	0,80
	RGe – RAI – RNm	02	0,36	04	1,07
	RGe – RSb	01	0,18	00	0,00
	RAI – RSb	08	1,44	22	5,88
	RAI	04	0,72	30	8,02
	RAI – RNm	22	3,96	06	1,60
	RAI – RLN	06	1,08	10	2,67
	RAI – RSb – RNm	01	0,18	00	0,00
	RAI – RGr	02	0,36	00	0,00
	RAI – RGe – RNm	01	0,18	02	0,53
	RAI – RGr – RNm	01	0,18	00	0,00
	RAI – RGe	05	0,90	00	0,00
	RAI – RGe – RSb	03	0,54	00	0,00
	RGr – RNm	02	0,36	02	0,53
	RGr – RAI – RLN	01	0,18	00	0,00
	RGr – RAI	02	0,36	10	2,67
	TOTAL	556	100	374	100

Fonte: De nossa autoria, baseada nos livros didáticos.

Na tabela 07 temos o quantitativo de cada conversão ou tratamento presente nas atividades propostas e nas atividades complementares que os livros didáticos trazem havendo

certa diferença entre as abordagens dos mesmos. Salientamos que em um dos livros temos a presença de atividades que trabalham mais com o tratamento. O que verificamos é o grande quantitativo de atividades que o livro B apresenta utilizando apenas o registro de representação algébrico como meio de resolução, sendo que esse tratamento corresponde a 24,60% das atividades categorizadas para esta pesquisa.

Destacamos ainda a diversidade de conversões presente no livro A, são vários registros de representação de partida sendo os mais frequentes os algébricos, geométricos, simbólicos. Além disso, há uma quantidade expressiva de atividades que partem de um registro de representação algébrico para obter o resultado no registro de representação numérico.

Diante disso, o aluno tem a possibilidade de transitar pela questão utilizando diversos registros de representação, ou melhor, o aluno parte de um registro de representação, perpassa por outro registro, até ele conseguir resolver a atividade e chegar ao registro de representação de chegada. Por exemplo, em uma atividade o autor apresenta as coordenadas de dois pontos, solicita ao aluno que marque esses pontos no plano cartesiano e em seguida determine a equação reduzida da reta, para isso, o aluno parte do registro de representação simbólico, transita pelo registro de representação geométrico, no plano cartesiano e finaliza no registro de representação algébrico da reta. A conversão mais presente nesse livro A é a que parte do registro de representação simbólico e chega ao registro de representação algébrico, totalizando 74 atividades o que corresponde a 13,31% das atividades categorizadas.

2.1.3 O TRATAMENTO, A INFERÊNCIA E A INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS LIVROS DIDÁTICOS

Nessa última etapa de análise de conteúdo, faremos um tratamento e interpretaremos os resultados obtidos por meio do estabelecimento como *quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise* (BARDIN, 2010, p. 127)

Na tabela 08 é apresentado o quantitativo de questões correspondentes as transformações de tratamento e conversão de registros de representação presentes nas atividades categorizadas dos livros didáticos. Os caminhos colocados na conversão dos registros serão levados em consideração apenas o registro de representação de partida e o registro de representação de chegada. Salientamos que essa contagem ocorrerá juntando as atividades propostas com as atividades complementares. Os cálculos de percentagem que são

apresentados na tabela 08 levam em consideração a soma das atividades categorizadas nos dois livros didáticos analisados.

Tabela 08: Atividades categorizadas nos livros didáticos

	CAMINHOS	LIVRO A	TOTAL (%)	LIVRO B	TOTAL (%)
TRATAMENTO	RSb	03	0,32	12	1,29
	RLN	05	0,54	06	0,65
	RAI	35	3,76	104	11,18
	RNm	00	0,00	19	2,04
	RFg	01	0,11	00	0,00
CONVERSÃO	RSb – RGe	08	0,86	00	0,00
	RSb – RLN	20	2,15	03	0,32
	RSb – RNm	53	5,70	04	0,43
	RSb – RAI	97	10,43	02	0,22
	RSb – RGr	02	0,22	08	0,86
	RSb – RSb	28	3,01	00	0,00
	RGr – RAI	12	1,29	15	1,61
	RGr – RLN	03	0,32	00	0,00
	RGr – RNm	05	0,54	07	0,75
	RGr – RSb	02	0,22	08	0,86
	RNm – RAI	01	0,11	00	0,00
	RNm – RLN	06	0,65	00	0,00
	RGe – RNm	23	2,47	12	1,29
	RGe – RSb	12	1,29	07	0,75
	RGe – RAI	56	6,02	19	2,04
	RGe – RLN	04	0,43	03	0,32
	RLN – RSb	02	0,22	00	0,00
	RLN – RNm	02	0,22	02	0,22
	RLN – RAI	05	0,54	01	0,11
	RLN – RGe	01	0,11	00	0,00
	RAI – RLN	28	3,01	28	3,01
	RAI – RGr	16	1,72	03	0,32
	RAI – RNm	56	6,02	49	5,27
	RAI – RSb	47	5,05	59	6,34
	RAI – RGe	22	2,37	03	0,33
	RLN – RFg	01	0,11	00	0,00
	TOTAL	556	59,83	374	40,23

Fonte: De nossa autoria, baseado nos livros didáticos.

Diante desse quantitativo, notamos que há uma concentração de atividades que partem do registro de representação algébrico, totalizando 18,17% das atividades do livro A e 15,27%

das atividades do livro B. Já nas atividades que partem do registro de representação geométrico, totalizamos 10,21% presentes no livro A e 4,40% no livro B. Salientamos também as atividades que partem do registro de representação simbólico, sendo 22,37% no livro A e 1,83% no livro B.

Perante essa análise, destacamos que o livro A possui mais atividades que requerem a conversão de registros totalizando 92,09%, enquanto que no livro B, esse percentual é de 62,30%. Destacamos ainda que o livro B apresenta ainda um quantitativo de cento e quarenta e uma (141) atividades que demandam exclusivamente o tratamento, enquanto no livro A o número de atividades é de apenas quarenta e quatro (44).

Desse modo, o livro A possui apenas 7,91% das suas atividades destinadas exclusivamente para transformação de tratamento sendo que dentre elas 79,55% mobilizam o RAI, 11,36% o RLN, 6,82% o RSb e 2,27% o RFg. Já em relação as conversões destacamos que há atividades que se utilizam de dois, três ou até mesmo quatro tipos de registro de representação. Dentre elas 77,73% envolvem apenas o registro de representação de partida e o de chegada, 18,75% apresentam um registro de representação intermediário e 3,52% mobilizam dois registros de representação intermediários além dos de partida e chegada

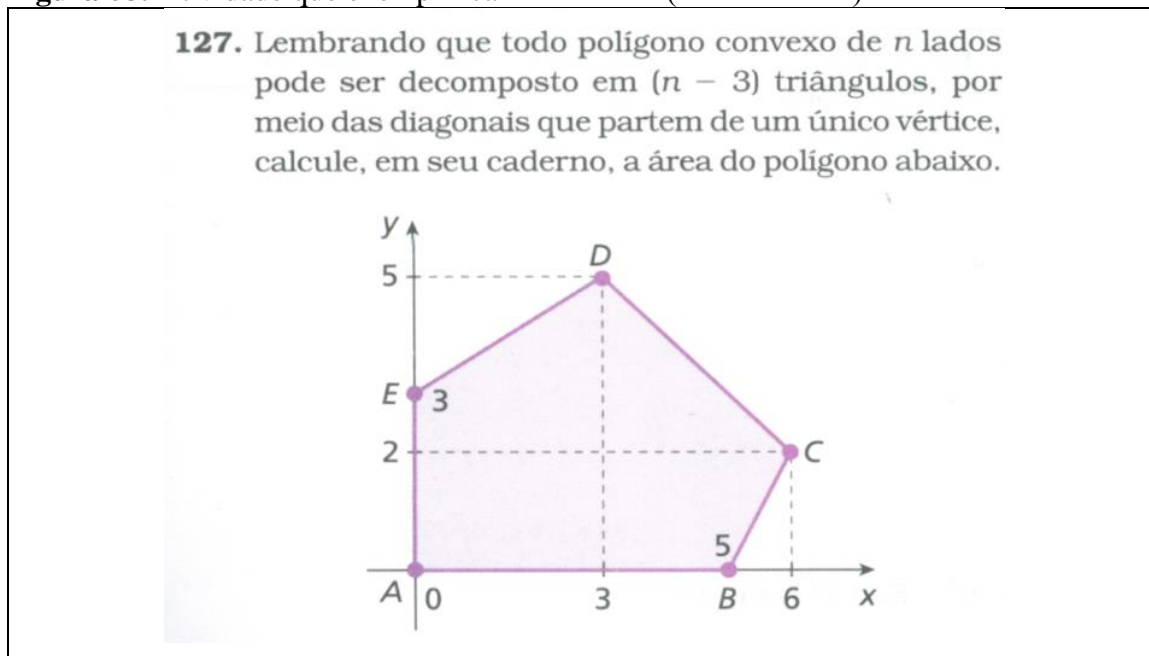
No livro B a percentagem de atividades que requerem exclusivamente tratamento é maior quando comparada ao livro A, pois contabilizamos 37,70% das questões. Sendo que destas 73,76% ocorrem no sendo RAI, 13,48% no RNm, 8,51% no RSb), 4,36% no RLN. Ao analisar as 62,30% atividades de conversão e diversidade de registros de representação envolvidos constatamos que 87,12% envolvem apenas os registros de representação de partida e de chegada, 11,59% requerem a mobilização de três registros e 1,29% de quatro registros.

Ao fixarmos nosso olhar sobre os conceitos/conteúdos da Matemática Escolar que são explorados nas atividades dos livros A e B constatamos que das mil cento e oitenta e oito (1188) questões propostas no livro A 556 (quinhentas e cinquenta e uma) questões, ou seja, 46,80% das atividades identificadas correspondem a geometria analítica. Dentro desse percentual e levando em consideração a geometria analítica, afirmamos que 60,07% delas estão relacionadas aos conceitos de ponto e reta; já 24,46% enquadram-se no conceito de circunferência e apenas 15,47% referem-se às cônicas.

Já em relação ao livro didático B verificamos um total de um mil trezentas e seis (1306) atividades e a partir da análise obtivemos 374 (trezentas e setenta e quatro) questões voltadas à geometria analítica. Dentre elas 50,53% enfatizam conceitos iniciais, ponto e reta, outras 17,38% correspondem circunferência e 32,09% envolvem cônicas. Ao analisar as questões

propostas identificamos algumas que enfatizam noções intuitivas da geometria plana seguida de manipulações algébricas e numéricas um exemplo de atividades como essas está representada na Figura 08.

Figura 08: Atividade que exemplifica a conversão (RGe \rightarrow RNm)



Fonte: Extraído do livro de Matsubara 2012.

Conforme nossa categorização essa a atividade da Figura 08 requer a conversão do RGe \rightarrow RNm, uma vez que, por meio da interpretação geométrica de um polígono, utiliza-se expressões algébricas dispostas no enunciado da atividade ou já sistematizadas teoricamente no livro didático para obter o valor da área do polígono apresentado.

Assim como a atividade supracitada constatamos um expressivo quantitativo de questões que envolvem conceitos de geometria plana. Esse fato é confirmado pelo Guia de livros Didáticos do PNLD/2012 (BRASIL, 2012), pois é a partir da geometria que podemos calcular áreas, perímetro, volume contando com expressões algébricas.

Como o trabalho com geometria se inicia logo nas séries iniciais do ensino fundamental, onde o aluno começa a ter noções elementares de regiões planas, vértices, pontos e arestas, assim como começa a ter noções de álgebra equacional de maneira intuitiva, geralmente, no 6º ano do ensino fundamental, por meio das primeiras construções de equações, que o aluno só formalizará nos anos seguintes é que se trabalha com esses dois ramos da matemática. Mas, somente no final do ensino médio é que se tem uma conexão entre esses dois campos para trabalhar analiticamente uma questão geométrica, da mesma forma que se pode trabalhar geometricamente uma questão algébrica.

Desse modo os PCN+ (BRASIL, 2002) destacam que a característica da geometria analítica é trabalhar algebricamente as propriedades e os elementos da geometria. De acordo com esse documento, é no ensino médio que o aluno começa a trabalhar algebricamente na resolução de questões que são voltadas para a geometria. Essa importância é ressaltada e justificada por permitir que o aluno entenda que um mesmo problema pode ser explorado com diferentes meios matemáticos conforme as suas características.

Os PCN+ (2002) ainda evidenciam que é preciso que se garanta a significação da proposta da geometria analítica em detrimento da simples memorização de equações para mobilizar um único ente geométrico. Diante disso, a sua exploração precisa estar focada na relação entre as funções, assunto já explorado no primeiro ano do ensino médio, *e as suas representações gráficas, bem como na resolução de problemas que requerem a exploração de diferentes situações matemáticas, como a posição relativa entre pontos, as retas, as circunferências e as parábolas* (BRASIL, 2002, p. 124).

Nessa perspectiva é preciso que se trabalhe o entendimento algébrico por meio de figuras geométricas, assim como também permear as figuras geométricas via equações. Nesse sentido:

a) o estudo das propriedades geométricas de uma figura com base em uma equação (nesse caso, são as figuras geométricas que estão sob o olhar da álgebra); b) o estudo dos pares ordenados de números (x, y) que são soluções de uma equação, por meio das propriedades de uma figura geométrica (nesse caso, é a álgebra que está sob o olhar da geometria). Esses dois aspectos merecem ser trabalhados na escola (BRASIL, 2006, p. 76).

Contudo, é importante salientar que o professor, ao explorar a geometria analítica, não somente exponha equações, apenas fundamentadas em raciocínios lógicos. No ensino da geometria analítica, a memorização precisa ser evitada e deve ser potencializado o significado das equações antes de explorar a equação da reta e da circunferência. Por isso,

Uma vez definido o sistema de coordenadas cartesiano, é importante trabalhar com os alunos o significado de uma equação. Por exemplo: fazê-los entender que a equação $x = 3$ corresponde a uma reta paralela ao eixo y ou que qualquer ponto que tenha segunda coordenada negativa não pode estar na curva $y = x^2$. O entendimento do significado de uma equação e de seu conjunto de soluções não é imediato, e isso é natural, pois esse significado não é explícito quando simplesmente se escreve uma equação (BRASIL, 2006, p. 67).

Ainda segundo as OCNEM (BRASIL, 2006, p. 77), *para que haja uma significação, as equações da reta e da circunferência, necessitam ter sentido para os alunos, principalmente*

no que se refere ao sentido geométrico dos parâmetros. Os alunos precisam estabelecer relações entres os coeficientes de retas paralelas ou perpendiculares, ou seja, discutir os sistemas de equações. Ainda no entendimento das formas geométricas sob o ponto de vista algébrico, a orientação que o professor deve estabelecer é a exploração das posições relativas de retas e círculos com enfoque algébrico.

As mesmas Orientações ainda destacam a importância do conceito de vetor ser explorado quando se estuda geometria analítica, já que existe uma concepção de que este é um conceito matemático importante, todavia sua abordagem ocorre, quase que exclusivamente, nas aulas de Física no ensino médio. A sugestão é de que ela seja realizada tanto sob o enfoque geométrico quanto sob o algébrico, ou melhor, interpretar o significado de uma coleção de segmentos orientados com mesmo comprimento, direção e sentido (abordagem geométrica) e interpretação das características dos vetores segundo suas coordenadas (enfoque algébrico). Ainda, especificamente devem ser *estabelecidas as relações entre as operações realizadas com as coordenadas, que são a multiplicação por escalar, com significado geométrico das mesmas* (BRASIL, 2006, p. 77).

Diante desse contexto, de pesquisas já realizadas sobre essa temática¹⁶, considerando as dificuldades que os alunos, tanto do ensino médio quanto do ensino superior, apresentam diante das situações-problema que exigem dos conhecimentos de geometria analítica, especialmente quando trata da articulação e mobilização dos vários registros de representação para um mesmo objeto do conhecimento matemático, evidenciamos a necessidade de estudos referente a essa problemática, na tentativa de trazer contribuições e de propor indicadores para compreender e significar os processos de ensino e de aprendizagem.

Segundo Bezerra (2009, p. 02), ao constatar dificuldades encontradas pelos alunos ao diferenciar o objeto matemático e suas representações, e por quase sempre o conteúdo de geometria analítica ser centrado em transmissão de fórmulas, descontextualizado da realidade e da própria Matemática, *é que esses conceitos são mostrados de forma mecanicista, priorizando a memorização de fórmulas e algoritmos, deixando de lado o raciocínio lógico e espacial.* Para Silva (2006, p. 18), sua experiência no ensino médio permitiu constatar que *muitos alunos apresentam dificuldades em lidar com as diversas representações gráficas e*

¹⁶ Tais como: Patrício (2010), Faria (2011), Fernandes (2012), Ferreira (2008), Piza (2009), Di Pinto (2000), Gazire (2000), Silva (2013), Cavalca (1997), Candido (2010), Silva (2006), Dallemole (2010), Lemke (2011), Cassol (2012), Cunha (2009), Goulart (2009), Karrer (2006), Richit (2005), Santos (2008), Fonseca (2011), Candeias (2010), Magarinus (2013), Paula (2011), Cardoso (2013).

algébricas de curvas planas. Ainda de acordo com o autor os alunos investigados apresentaram dificuldades para compreenderem a diferença entre o objeto matemático e sua representação.

Em consonância, o Guia do PNLD/2012 indica que o ensino da Matemática deve capacitar os estudantes para algumas funções, dentre elas destacamos três, por estarem diretamente relacionadas ao estudo da geometria analítica.

- ✓ Saber empregar os conceitos e procedimentos algébricos, incluindo o uso do conceito de Função e de suas várias representações (gráficos, tabelas, fórmulas etc.) e a utilização das equações;
- ✓ Reconhecer regularidades e conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum e com as representações gráficas e algébricas dessas figuras, desenvolvendo progressivamente o pensamento geométrico;
- ✓ Estabelecer relações entre os conhecimentos nos campos de números e operações, **Funções, Equações Algébricas, Geometria Analítica, Geometria**, estatística e probabilidades, para resolver problemas, **passando de um desses quadros para outro**, a fim de enriquecer a interpretação do problema, encarando-o sob vários pontos de vista. (BRASIL, 2011, p. 16, grifo nosso).

Por esses motivos neste estudo optamos por tomar como fonte de coleta de dados, além de uma análise das propostas de dois livros didáticos, uma análise do que de cadernos dos alunos envolvidos na pesquisa, com intuito de identificar os registros de representação e as transformações semióticas de tratamento e conversão.

Ao analisar os cadernos identificamos diversas ações por parte dos professores. Desde atividades extraídas do livro didático adotado pelas turmas, listas de exercícios complementares extraídas de outras fontes para consolidar os conceitos, como também verificamos que houve alguns professores pouco utilizaram as atividades presentes nos LD como segue na próxima sessão.

2.2. A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS CADERNOS DOS ALUNOS DO 3º ANO EM DUAS ESCOLAS DE ITABAIANA/SE

A apreciação dos cadernos de três (03) alunos de cada um dos quatro (04) professores participantes desta pesquisa, também se embasou nos pressupostos da pesquisa qualitativa conforme Alves-Mazzoti e Gewandsznajder (1998) e seguiu os princípios de análise de conteúdo de Bardin (2010) como ocorreu os livros didáticos **Conexões com a Matemática** e **Matemática Contexto & Aplicações**.

Assim sendo, neste capítulo, buscamos estabelecer aproximações e distanciamentos entre os dados apresentados no capítulo 2.1 que enfatiza o LD e os obtidos neste capítulo que se embasa nos registros de representação presentes nos cadernos dos alunos dos Prof α_1 , Prof α_2 , Prof β_1 e Prof β_2 que possuem, respectivamente, 73, 198, 111, 150 atividades que abordam o campo da geometria analítica

2.2.1 A PRÉ-ANÁLISE DOS CADERNOS DOS ALUNOS

Para termos acesso aos cadernos dos alunos dessas turmas de 3º ano do ensino médio, visitamos as duas escolas e conversamos com um representante das respectivas coordenações. Nesse primeiro contato, apresentamos uma síntese do nosso projeto e entregamos um termo de compromisso solicitando a autorização da unidade de ensino para poder realizar a pesquisa.

Posteriormente, buscamos mais informações sobre o quantitativo de turmas, horário das aulas e professores de Matemática, além de requerer o calendário escolar para verificar o término do ano letivo referente ao 2º semestre, uma vez que nossa pretensão é fotocopiar todo o conteúdo referente à geometria analítica.

De posse dos horários dos professores de Matemática, retornamos a escola para dialogar com os referidos professores das turmas do 3º ano do ensino médio e explicar os objetivos dessa investigação. Nessa ocasião apresentamos um termo de consentimento para efetivar sua participação na pesquisa.

Além disso, solicitamos aos professores que sugerissem três alunos que participassem assiduamente das aulas para entregar os termos de consentimento aos responsáveis legais permitindo assim a reprodução dos cadernos desses discentes para utilizá-los nesse estudo.

Inicialmente se pretendia analisar como o conteúdo de geometria analítica foi abordado nos cadernos dos discentes dos professores participantes da pesquisa, entretanto, houve ainda a aplicação de uma sequência de ensino, a qual consistia em corroborar com os elementos presentes no caderno, no LD, verificando assim a aquisição do conhecimento matemático. Essa sequência de atividades¹⁷ foi aplicada a todos os alunos dessas turmas de 3º ano do ensino médio, das duas escolas participantes da pesquisa.

¹⁷ Trata-se de uma sequência de atividades que tem por objetivo verificar os registros mobilizados pelos alunos sem a intervenção dos professores. Essa sequência está no Apêndice 05.

Ao conversar com três (03) alunos de cada professor, de cada turma, agendamos o retorno para fotocopiar esses materiais, de acordo com o calendário de cada escola. Dessa forma, reproduzimos um total de vinte e um (21) cadernos fotocopiados na parte que abrange o conteúdo de geometria analítica.

Não podemos deixar de mencionar a acolhida e a recepção dos professores das escolas visitadas ao incentivar seus alunos a emprestar o caderno para reprodução, além de sempre atender nossos contatos, demonstrando assim disponibilidade e fornecendo dados para essa investigação.

Sob a mesma perspectiva do anonimato atribuída aos professores também estabelecemos uma codificação para os três (03) alunos de cada docente nomeando-os por Aluno 1 α_1 , Aluno 2 α_1 , Aluno 3 α_1 , Aluno 1 α_2 , Aluno 2 α_2 , Aluno 3 α_2 , Aluno 1 β_1 , Aluno 2 β_1 , Aluno 3 β_1 , Aluno 1 β_2 , Aluno 2 β_2 e Aluno 3 β_2 , conforme mencionado na introdução deste trabalho.

A partir da coleta e codificação dos vinte e um (21) cadernos passamos para a segunda fase da análise de conteúdo na qual ocorre a exploração do material (BARDIN, 2010).

2.2.2 APRECIÇÃO DOS CADERNOS DOS ALUNOS

Para compor essa fase de análise apreciamos os cadernos dos alunos procurando identificar todos os encaminhamentos adotados por eles. A princípio analisamos as atividades presentes nos cadernos com a finalidade de verificar se todos os conceitos da geometria analítica foram trabalhados e quais eram os registros de representação mobilizados nesses cadernos, em seguida foi realizada uma codificação com o respectivo professor ao lado das questões contempladas em um exemplar de um dos livros adotados em cada turma. Destacamos que para quantificar as atividades trabalhadas em sala de aula, utilizamos os mesmos critérios de análise do LD, ou seja, contabilizamos todos os itens e subitens presentes que envolviam os conceitos de ponto e reta; circunferência ou cônicas.

Depois de tais anotações, foi necessário retornar aos cadernos para marcar todas as atividades registradas pelos alunos que não haviam sido extraídas do LD. Para identificar essas atividades anotamos o símbolo diferente (\neq) nas fotocópias dos cadernos dos alunos.

Os dados obtidos a partir da análise dos cadernos de cada docente foram organizados em quatro (04) tabelas, ou seja, uma para cada professor.

Tabela 09: Atividades nos cadernos dos alunos do prof α_2 – Turma B_1

	Conceito	Atividade	Total da subárea	Percentual no total da subárea (%)	Percentual no total de atividades do capítulo (%)	Percentual total no capítulo (%)
Prof α_2	Ponto e Reta	27, 28, 31, 36, 39a, 39b, 44, 49c, 52, 54, 55, 58b, 61a, 62, 63, 65a, 65b, 65c, 65d, 67, 69, 74, 76, 81a, 81b, 81c, 85, 87, 89a, 89b, 91a, 91b, 91c, 91d, 92a, 92b, 96, 98, 99, 103a, 103b, 106, 107, 111a, 111b, 113, 114, 126, 131, 133, 156, 164, 127, 156, 163, 164, 178	57	100,00	15,20	15,20
	Circunferência	1, 2, 3, 9, 12, 8, 15, 19, 20a, 20b, 20c, 23a, 23b, 24, 26, 25, 30, 31, 33, 53, 54, 61	22	100,00	14,47	14,47
	Cônicas	00	00	00,00	0,00	0,00
TOTAL			79			

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos do Prof α .

Diante do expressivo quantitativo de questões propostas pelos docentes categorizadas que não foram extraídas do LD optamos por reanalisar os cadernos dos alunos e elencar o quantitativo de questões extras bem como as retiradas do livro independentemente do conteúdo matemático que estava sendo trabalhado. Tais informações são apresentadas na tabela 10.

Tabela 10: Atividades encontradas nos cadernos dos alunos que foram extraídas ou não do LD.

Professor	Turma	Atividades categorizadas nos conceitos da geometria analítica		% das atividades categorizadas nos conceitos da geometria analítica em relação ao total de atividades trabalhadas pelo professor
		Extraídas do LD	Distintas do LD	
α_1	αA_1	18	55	24,66%
	αB_1	21	54	28,00%
α_2	αA_2	95	103	47,98%
	αB_2	94	101	48,21%
β_1	βA_1	79	32	71,17%
	βB_1	74	29	71,84%
β_2	βA_2	16	134	10,67%

Fonte: Baseado na análise dos cadernos dos alunos de cada professor por turma.

Por meio da análise da Tabela 10 verificamos que entre as atividades que foram categorizadas envolvendo o campo da geometria analítica e as demais atividades propostas no ano letivo de 2013 os docentes α_2 e β_1 são os que mais utilizam o livro didático adotado, sendo em média 48,10% e 71,51%, respectivamente de atividades extraídas do LD.

Já os docentes α_1 e β_2 trabalharam em sala de aula um quantitativo menor de atividades extraídas do livro didático adotado pela escola em relação à geometria analítica, sendo 26,33% e 10,67%, respectivamente,.

A partir dessa análise inicial dos cadernos dos alunos corroboramos com as ideias propostas por Brasil (2010, p. 09), o qual afirma *livro didático tem sido um apoio importante para o trabalho do professor e uma fonte permanente para a aprendizagem do aluno*. E ao mesmo tempo contrapomos essa ideia ao identificar que há professores de Matemática que não utilizam o LD, talvez por eles não se subordinarem aos encaminhamentos propostos pelo autor, ou não se adaptarem a proposta do livro. De qualquer modo, identificamos que esses professores selecionam e desenvolvem outras atividades para complementação do conteúdo e diversificação das questões propostas aos alunos.

Nesse contexto optamos por averiguar a sequência de conteúdos que constavam nos cadernos dos alunos antes e após a abordagem da geometria analítica no decorrer de 2013 e comparar com as sequências que eram trazidas pelos LD, a fim de esclarecer algumas aproximações e distanciamentos daquilo que estava registrado nos cadernos dos alunos e das orientações do livro didático.

Para expor tais informações elaboramos dois quadros 08 e 09 que especificam a sequência dos capítulos do LD e a ordem que aparece nos registros dos cadernos dos alunos,

caso tenha seguido tal sequência foi marcado um x na respectiva coluna, caso contrário apresentamos o conteúdo trabalhado. É importante deixar claro que apesar de não receber um x em todos os capítulos do LD, muitos dos conteúdos não deixaram de ser trabalhados no decorrer do ano letivo, mas não o fizeram na mesma sequência proposta pelo livro didático.

Quadro 08: Sequência de conteúdos do LD Matemática Contexto & Aplicações e registro do aluno

Prof	SEQUÊNCIA DE CONTEÚDOS DO LD							
	Cap. I	Cap. II	Cap. III	Cap. IV	Cap. V	Cap. VI	Cap. VII	Cap. VIII
	O Princípio de Indução Finita	Estatística	Geometria Analítica: Ponto e Reta	Geometria Analítica: a Circunferência	Geometria Analítica: Seções Cônicas	Números Complexos	Polinômios e Equações Algébricas	Noções Intuitivas sobre derivada
α_1	Estatística	Geometria Analítica: Ponto e Reta	Geometria Analítica: Circunferência	Números Complexos	Polinômios e Equações Algébricas	-	-	-
α_2	Geometria Analítica: Ponto e Reta	Geometria Analítica: A Circunferência	Números Complexos	Polinômios e Equações Algébricas	-	-	-	-

Fonte: De nossa autoria baseado nos capítulos do LD.

Quadro 09: Sequência de conteúdos do LD Conexões com a Matemática e registro do aluno

Prof	SEQUÊNCIA DE CONTEÚDOS DO LD							
	Cap. I	Cap. II	Cap. III	Cap. IV	Cap. V	Cap. VI	Cap. VII	Cap. VIII
	Matemática Financeira	Análise de dados	Medidas estatísticas	Conceitos básicos e a reta	Circunferência	Cônicas	Números Complexos	Polinômios e Equações polinomiais
β_1	Conceitos básicos e reta	Circunferência	Números Complexos	Polinômios e equações polinomiais	-	-	-	-
β_2	Conceitos básicos e reta	Circunferência	Cônicas	Números Complexos	Polinômios e equações polinomiais	-	-	-

Fonte: De nossa autoria, baseado nos capítulos do LD.

Destacamos que os alunos dos professores α_1 e β_2 traziam nos cadernos uma aproximação da sequência de conteúdos apresentada no LD. Além disso, de acordo com a Tabela 09 é possível inferir que o professor β_2 enfatiza mais o emprego do livro didático nas atividades categorizadas num dos conceitos da geometria analítica bem como no quantitativo geral de questões.

Ao apreciar os livros didáticos observamos que, em um deles, o autor faz a apresentação do conteúdo por meio de quatro (04) situações-problema enfatizando a localização do espaço para introduzir a noção de plano cartesiano com a representação icônica exclusivamente no terceiro item, apesar de que nas demais questões haver a presença de ilustração. É a partir dessa ideia que se formaliza o conceito de plano cartesiano e por fim, ressalta como se pode representar uma localização, como também determinar outros registros de representação de determinado local.

No outro livro didático temos a representação figural de um helicóptero, uma bússola e sistema de orientação e localização, o qual se pode destacar a fixação do centro métrico e de um

grupo de pessoas, além do local onde o helicóptero está sobrevoando. Diante de uma situação hipotética de resgate de um grupo de pessoas que se perderam numa floresta, podemos estabelecer os conceitos introdutórios de ponto e formalizar o sistema cartesiano ortogonal. Diante da representação figural, da língua natural e da representação simbólica introduziu-se o conceito de plano cartesiano.

Ao analisar os vinte e um (21) protocolos dos alunos dos quatro (04) professores que participaram da pesquisa e trabalharam esse capítulo do LD, observamos que durante a introdução do tema, não há nenhum registro das situações-problema expostas em um dos LD adotado em sala de aula. Em todos os registros dos cadernos, de todos os professores, α_1 , α_2 , β_1 e β_2 , há o registro do início do conteúdo por meio do plano cartesiano seguido por alguns exemplos. Destacamos ainda que há registros que iniciavam o conteúdo de geometria analítica com distância entre dois pontos.

Nos cadernos dos professores α_2 e β_1 temos introdução dos conceitos básicos da geometria analítica por meio da representação geométrica do plano cartesiano, em seguida são apresentados simbolicamente a representação de um ponto nesse plano, para em seguida destacar a distância entre dois pontos.

Já nos registros dos alunos, dos professores α_1 e β_2 , fazem o caminho inverso. Há o registro de distância entre pontos na reta, em seguida, há a presença de exemplos, para em seguida haver o registro da representação do plano cartesiano e da distância entre pontos.

Apresentamos na Figura 09 como os conceitos básicos da geometria analítica são registrados no caderno pelos alunos pelos professores α_1 e β_1 .

Figura 09: Introdução da geometria analítica no caderno dos alunos

Caderno do Aluno 01 α_1

Geometria analítica

Estuda as representações geométricas envolvidas no eixo cartesiano.

Distância entre dois pontos na reta

$d(A,B) = |b-a|$

Onde $d(A,B)$ é a distância entre os pontos A e B.

Ex:

Dados os pontos A, B e C de coordenadas 4, 2 e 6 respectivamente calcule:

a) A distância entre A e B

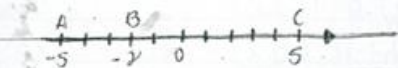
$$d(A,B) = |b-a| = |2-4| = |2+4| = |6| = 6$$

b) O comprimento do segmento BC

$$d(B,C) = |c-b| = |6-2| = |4| = 4$$

Exercício

1) Dada a reta real da figura abaixo, calcule:



a- $d(A,B)$

$$|b-a| = |-2-(-5)| = |-2+5| = |3| = 3$$

b- $d(A,C)$

$$|c-a| = |5-(-5)| = |5+5| = |10| = 10$$

c- $d(B,C)$

$$|c-b| = |5-(-2)| = |5+2| = |7| = 7$$

d- $d(C,A)$

$$|c-a| = |5-(-5)| = |5+5| = |10| = 10$$

Sistema Cartesiano Ortogonal

O sistema cartesiano ortogonal é constituído por duas retas x e y , perpendiculares entre si.

2º quadrante (-, +)	1º quadrante (+, +)	eixos (x, y) eixos
3º quadrante (-, -)	4º quadrante (+, -)	

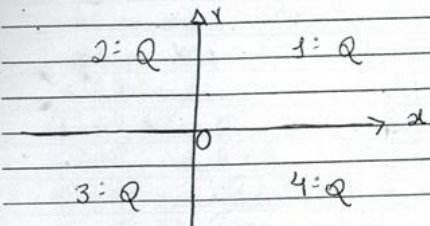
O

- A reta x é chamada de abscissa.
- A reta y é chamada de ordenada.
- O ponto O é chamado de origem e é o ponto de interseção das retas x e y .

Caderno Aluno 02 β_1

Geometria Analítica

I. Plano cartesiano

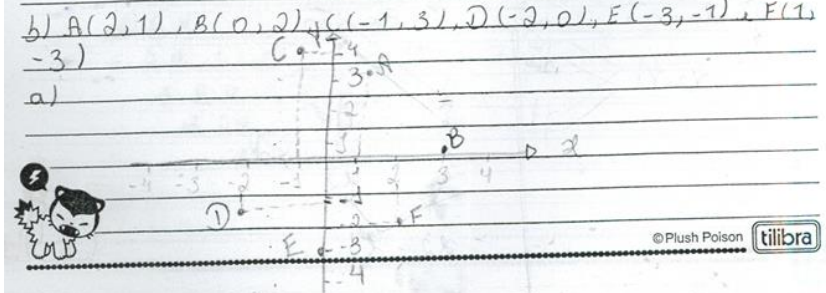


$O(0,0)$ → origem do sistema cartesiano
 Ox → eixo da abscissa
 Oy → eixo da ordenada
 xOy → Plano cartesiano
 $P(x,y)$ → Par ordenado
 $P(x,0) \in Ox$
 $P(0,y) \in Oy$
 $y = x$ → bissetriz dos quadrantes ímpares
 $y = -x$ → bissetriz dos quadrantes pares

Ex: Represente no plano cartesiano os seguintes pontos.

a) $A(1,3)$, $B(3,0)$, $C(-1,4)$, $D(-2,-1)$, $E(0,-3)$ e $F(2,-2)$

b) $A(2,1)$, $B(0,2)$, $C(-1,3)$, $D(-2,0)$, $E(-3,-1)$ e $F(1,-3)$



Fonte: Extraídos dos cadernos dos alunos.

Em relação à introdução dos conceitos básicos de reta e dos demais conceitos que compõem a geometria analítica podemos interligar essa parte introdutória presente nos cadernos dos alunos ao significado de inter-relação entre a geometria e a álgebra e vice-versa, uma vez que é essa ligação que fundamenta o ensino da geometria analítica.

A partir dos primeiros indícios sobre os tipos de atividades presentes nos cadernos dos alunos, sobre a sequência lógica que estava exposta, bem como, quais eram as representações utilizadas por eles, passamos então a elencar características sobre essas mobilizações em relação a geometria analítica tomando como suporte teórico aquilo que estava presente nos cadernos.

Vale ressaltar ainda que geralmente a sequência de atividades dos cadernos eram expostas após a resolução de alguns exemplos ou de questões que já envolvam os conteúdos que serão aprendidos, ou seja, por meio de um exemplo resolvido o aluno segue a ideia e resolve as atividades seguintes.

2.2.3 O TRATAMENTO, A INFERÊNCIA E A INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS CADERNOS DOS ALUNOS

Para escrever esse subtópico, que contempla a última fase da análise de conteúdo segundo Bardin (2010), fizemos a interpretação dos dados coletados compondo as tabelas 11 e 12 que expõem com detalhes os conceitos da geometria analítica registrados nos cadernos dos alunos do 3º ano, no decorrer do ano letivo de 2013.

Para tanto, destacamos o total de questões trabalhadas em cada conceito, o tipo de registro de representação envolvido nos tratamentos ou nas conversões, bem como se a atividade trabalhada pelo professor foi extraída ou distinta do LD. Para distinguir tais atividades adotamos o sinal mais (+) entre elas, indicando antes do sinal as questões que foram extraídas do livro didático e após o sinal as que foram propostas pelo professor, mas não estão em nenhuma das sessões do LD.

Tabela 11: Quantitativo de questões abordadas nos cadernos dos alunos de cada professor participante da pesquisa

CONCEITOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA								
		Ponto e Reta		Circunferência		Cônicas		
Tipo de representação		T	C	T	C	T	C	Total
PROFESSORES	Prof α_1	03+06	15+49	00+00	00+00	00+00	00+00	73
	Prof α_2	07+08	66+71	02+02	20+22	00+00	00+00	198
	Prof β_1	07+04	51+18	01+00	15+07	00+00	00+00	103
	Prof β_2	02+06	09+71	00+01	05+38	00+01	00+17	150

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos dos professores participantes da pesquisa.

Tabela 12: Percentual de questões de geometria analítica abordadas nos cadernos dos alunos de cada professor participante da pesquisa

CONCEITOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA								
		Ponto e Reta		Circunferência		Cônicas		
Tipo de representação		T	C	T	C	T	C	Total
PROFESSOR	Prof α_1	12,33	87,67	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00
	Prof α_2	7,58	69,19	2,02	21,21	0,00	0,00	100,00
	Prof β_1	10,68	66,99	0,97	21,36	0,00	0,00	100,00
	Prof β_2	5,33	53,33	0,67	28,67	0,67	11,33	100,00

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos dos professores participantes da pesquisa.

Por meio da análise da Tabela 11 composta a partir dos dados contidos nos vinte e um (21) cadernos é possível concluir que os professores α_1 , α_2 e β_1 não trabalharam, durante o ano letivo de 2013, nenhuma atividade referente ao conceito de cônicas, independentemente se as questões eram do LD ou não. Desse modo, concluímos que o currículo prescrito, constatado nos cadernos dos alunos, no que concerne ao conteúdo de geometria analítica, apresenta os conceitos de ponto, reta, e circunferência, já o currículo estabelecido pelo Referencial Curricular do Ensino Médio – Matemática – 3º ano do Estado de Sergipe, apresenta além desses conteúdos citados a presença do conceito de cônicas.

De posse dessa informação analisamos as atividades presentes nos cadernos dos alunos para verificarmos quais eram os registros de representação mobilizados pelos alunos na resolução das questões. Tais dados estão expostos na tabela 13.

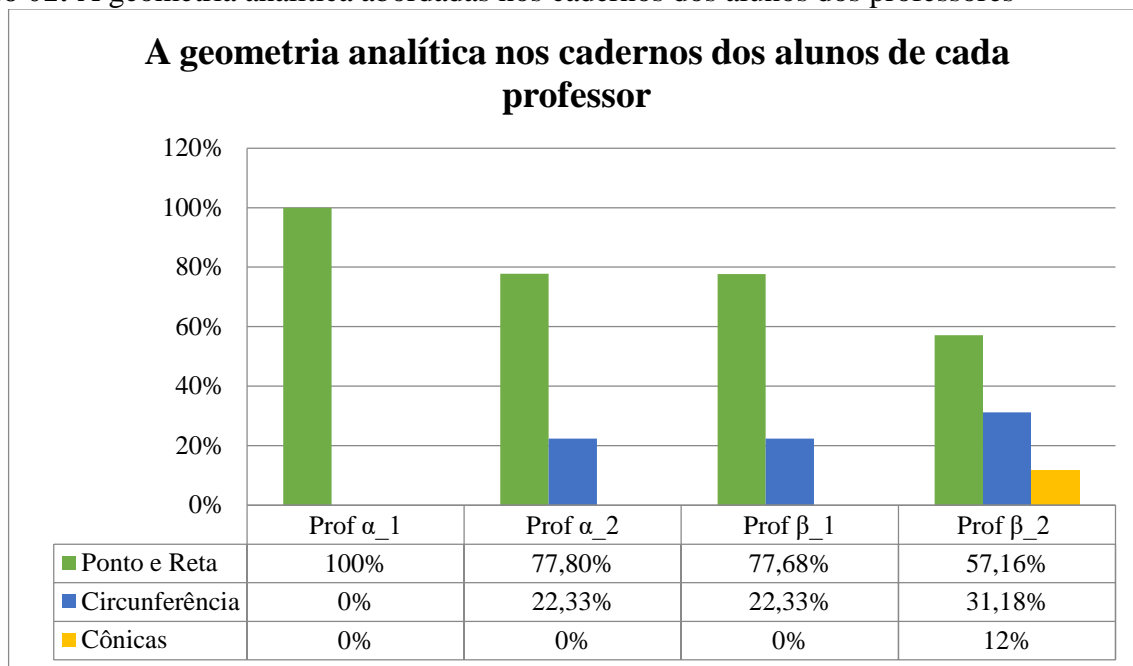
Tabela 13: Registros mobilizados nos cadernos dos alunos

	REGISTROS MOBILIZADOS	PROF α_1 %	PROF α_2 %	PROF β_1 %	PROF β_2 %
Ponto e Reta	RAI	8,22	6,06	9,71	3,90
	RNm	4,10	0,51	0,00	0,65
	RSb	0,00	1,01	0,97	0,65
	RGe – RAI	31,51	30,81	30,10	20,78
	RAI – RGe	15,07	19,70	17,48	11,69
	RSb – RAI	6,85	7,58	7,77	6,49
	RAI – RSb	9,59	4,04	5,83	4,55
	RAI – RNm	12,33	5,55	3,88	3,90
	RGe – RAI – RLN	0,00	0,51	0,00	1,30
	RGr – RAI	6,85	0,51	1,94	1,95
	RLN – RAI	5,48	1,52	0,00	1,30
Circunferência	RAI	0,00	2,02	0,97	0,65
	RSb	0,00	0,00	0,00	0,00
	RNm	0,00	0,00	0,00	0,00
	RAI – RNm	0,00	10,10	11,65	14,94
	RAI – RSb	0,00	6,06	5,83	9,09
	RAI – RGe	0,00	1,01	2,91	3,25
	RGe – RAI	0,00	3,54	0,00	1,30
	RSb – RAI	0,00	0,51	0,97	1,95
Cônicas	RAI	0,00	0,00	0,00	0,65
	RGe – RAI	0,00	0,00	0,00	5,19
	RAI – RGe	0,00	0,00	0,00	5,84
Total		100,00	100,00	100,00	100,00

Fonte: De nossa autoria baseado no caderno dos alunos.

Ao analisar a tabela 13 podemos destacar que no caderno dos alunos α_1 há a presença de 100% das atividades voltadas ao conceito introdutório de ponto e reta. Já nos registros dos alunos α_2 , temos um percentual de 77,80% das atividades voltadas ao conceito de ponto e reta e as demais 23,24% referem-se deão conceito de circunferência. Já os cadernos dos alunos do Prof β_1 , temos um percentual de 77,68% e 22,33% referentes aos conceitos de ponto e reta e circunferência, respectivamente. Os únicos cadernos possuem atividades que contemplam todos os conceitos da geometria analítica são os dos alunos do Prof β_2 , sendo, 57,16% para a parte introdutória, 31,18% para circunferência e 11,68% para cônicas.

Diante desses resultados elaboramos o Gráfico 01:.

Gráfico 01: A geometria analítica abordadas nos cadernos dos alunos dos professores

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

A restrição em relação aos temas abordados motivou o retorno aos cadernos dos alunos dos três docentes em busca de indícios do motivo pelo qual algum dos conceitos não fora enfatizado para os alunos, pois, assim sendo, uma parte da geometria analítica não estava sendo contemplada. Ao analisar novamente esses cadernos conjecturamos que o ano letivo de 2013 não foi tão prejudicado pela greve que aconteceu no estado no mês de maio, que durou apenas uma semana, porém, em conversa informal com os docentes, alguns deles informaram que não abordaram esses conceitos, pois eles não eram tão relevantes para o ENEM.

Ainda no que tange a análise dos conceitos envolvidos nas atividades identificadas nos constatamos que nos cadernos dos alunos dos professores α_1 e β_1 há a presença de atividades introdutórias de ponto e reta e circunferência. Sendo que observamos a presença de 12,32% e 11,65% das atividades voltadas para o tratamento, respectivamente.

Já ao analisarmos os cadernos dos alunos dos professores α_2 e β_2 temos como percentual de atividades resolvidas por meio do tratamento um número de 9,60% e 6,50%, respectivamente. Os cadernos desses alunos apresentam um quantitativo inferior a dez por cento de atividades resolvidas por tratamento de registros, destacamos a presença maior de atividades que usam a representação algébrica, sendo um total de 66,72% e 80,00% de atividades, nessa ordem.

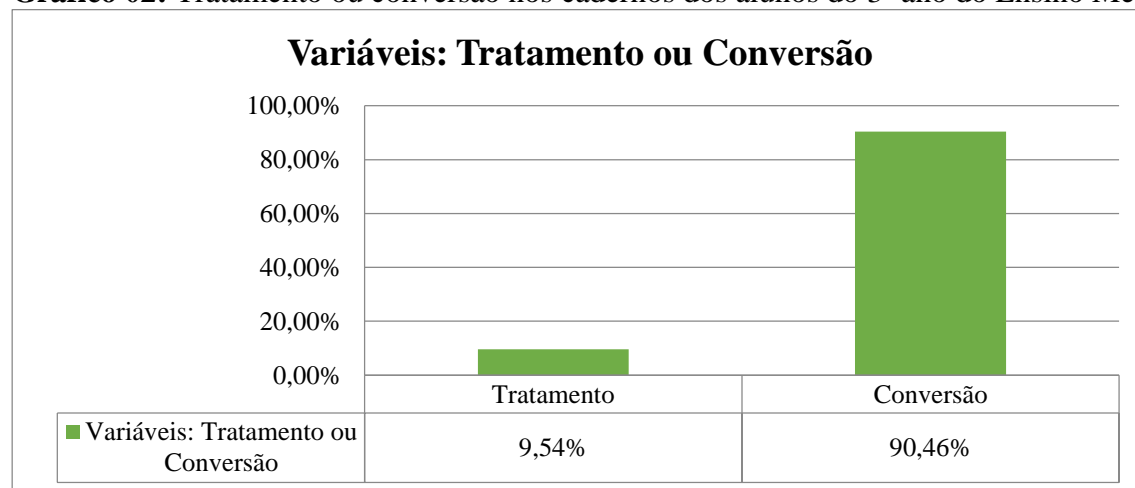
Ao quantificar as atividades que envolvem conversão de registros de representação destacamos que em todos os cadernos há uma quantidade expressiva de atividades que são resolvidas por meio de dois ou três registros. No caderno do aluno do Prof β_2 temos um percentual de 93,50% de atividades que se utilizam das conversões, havendo maior presença da transformação entre os registros de representação algébrico e geométrico como registros de partida e de chegada, totalizando 50,00% das atividades. Outra conversão que destacamos é a que toma como registro de partida o algébrico e como registro de chegada o numérico totalizando 20,15% das atividades.

Já no caderno do aluno do Prof α_1 , o qual somente há a presença dos conceitos de ponto e reta, destacamos um percentual de 87,68% de atividades que são resolvidas por meio da conversão entre registros. Destacamos ainda o percentual de 31,51% da conversão que apresenta como elemento de partida o registro de representação geométrico e que apresenta o registro de representação algébrico como elemento de chegada.

Ao quantificarmos as atividades dos cadernos dos alunos dos professores α_2 e β_1 , salientamos a presença de uma expressiva quantidade de atividades que mobilizam a conversão de registros de representação algébrica e geométrica, são 22,91% e 23,08% respectivamente, enquanto que são 38,00% e 34,07% de atividades que utilizam o processo inverso, nessa ordem.

Diante de tais dados, compilamos o quantitativo de questões trabalhadas pelos quatro (04) professores e constatamos que 90,46% das atividades classificadas em um dos conceitos da geometria analítica envolvem conversão (Gráfico 02).

Gráfico 02: Tratamento ou conversão nos cadernos dos alunos do 3º ano do Ensino Médio



Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

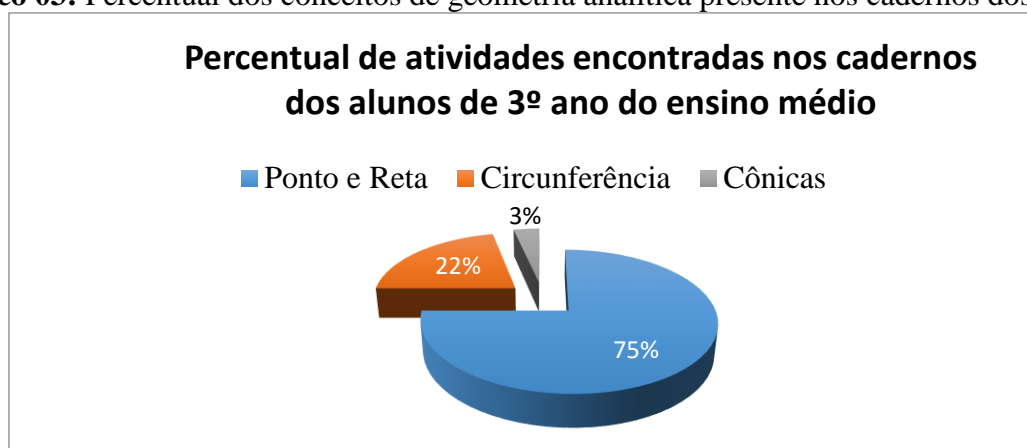
Diante da análise dos cadernos e mediante as orientações de indicam que o processo de ensino e de aprendizagem em geometria analítica, deve envolver a complexa correlação entre

Geometria e Álgebra evidenciamos que, para que o aluno compreenda os conceitos é preciso ter em mente que os estudos das representações geométricas devem ser associados com as representações algébricas e vice-versa. Ou seja, temos que:

Partindo disso podemos caracterizá-la como: a) o estudo das propriedades geométricas de uma figura com base em uma equação (nesse caso são as figuras geométricas que estão sob olhar da álgebra); b) o estudo dos pares ordenados (x, y) que são soluções de uma equação, por meio das propriedades de uma figura geométrica (nesse caso é a álgebra que está sob o olhar da geometria). Esses dois aspectos merecem ser estudados na escola. (BRASIL, 2006, p. 76)

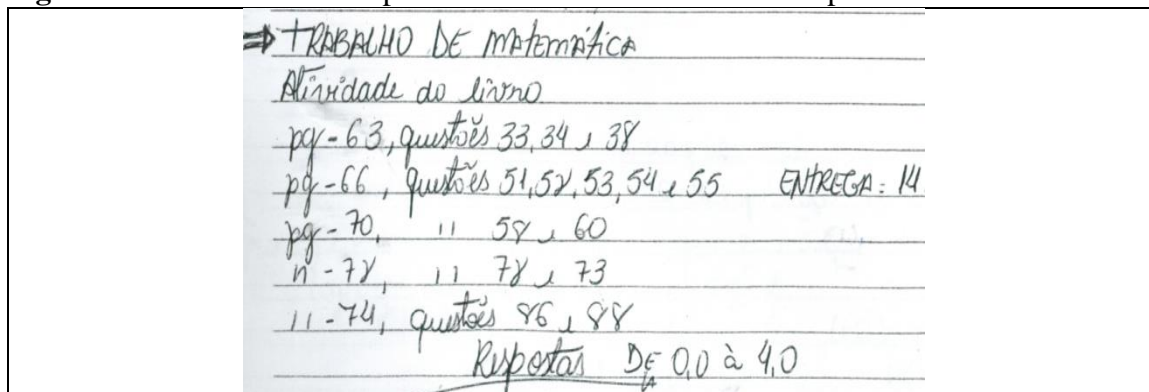
Ao analisar o total de questões registradas nos cadernos dos alunos, que foram classificadas e categorizadas em um dos conceitos da geometria analítica, observamos que exatos 75,00% das atividades desenvolvidas com alunos do 3º ano do ensino médio das duas escolas da rede pública estadual de Itabaiana/SE envolveu a parte introdutória da geometria analítica (Gráfico 03). Tal dado é ratificado pelo fato de haver um maior quantitativo de atividades classificadas na representação do ponto e reta, como mostram as tabelas 11 e 12.

Gráfico 03: Percentual dos conceitos de geometria analítica presente nos cadernos dos alunos.

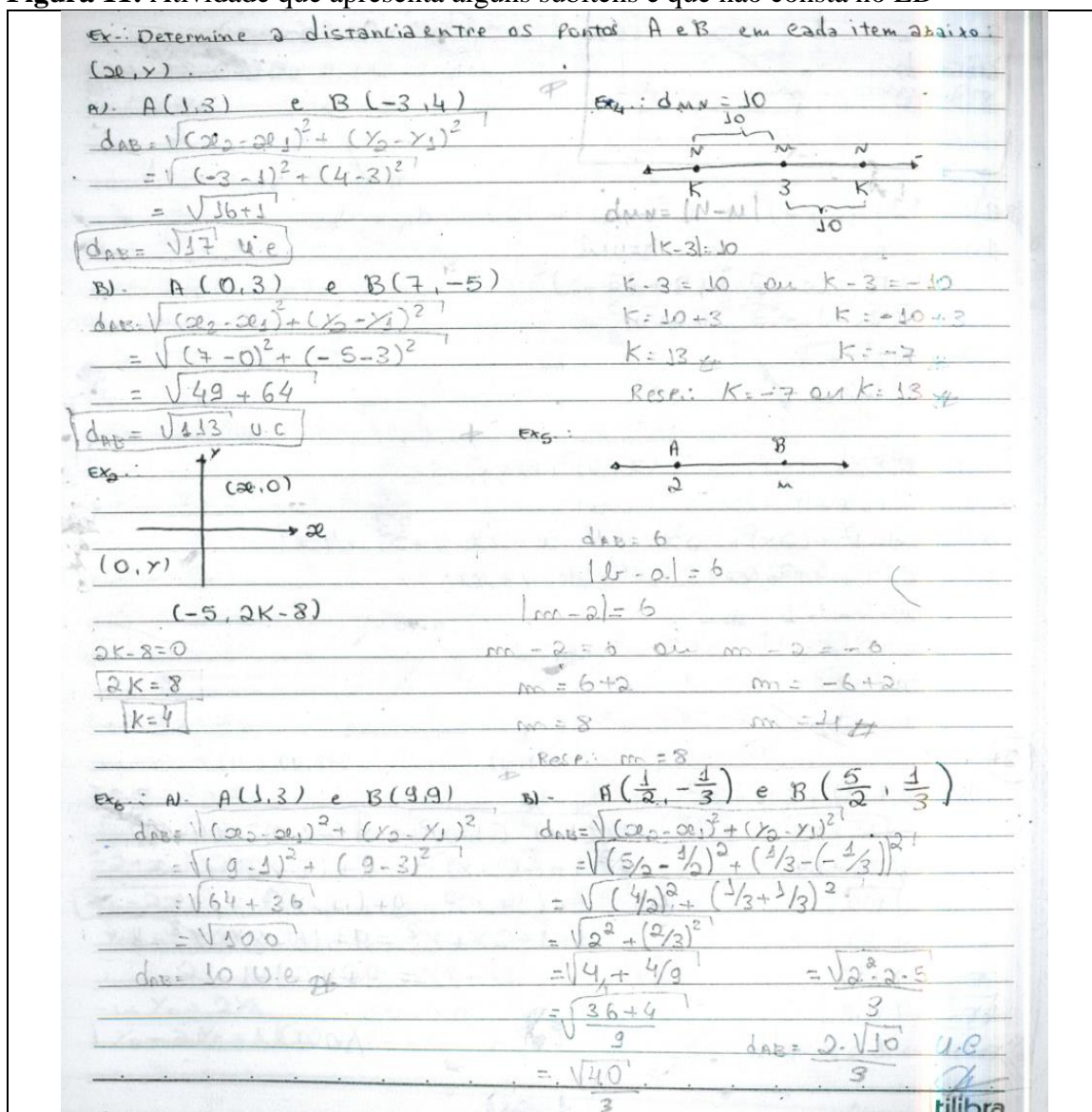


Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos cadernos dos alunos.

Diante da variação quantitativa de questões envolvendo conversão propostas no caderno do aluno do Prof α_1 , constatamos que essas atividades que não eram do livro didático eram retiradas de uma lista de exercícios passada pelo docente (Figura 11). Essas questões eram trabalhadas em sala de aula e as atividades que estavam presentes no livro didático eram utilizadas apenas como atividade avaliativa parcial (Figura 10), na qual o docente selecionava algumas questões para que os alunos resolvessem em casa e fosse atribuída uma nota, pontuando como um Trabalho de Matemática.

Figura 10: Atividade do LD passada como atividade avaliativa parcial

Fonte: De nossa autoria baseado no caderno do aluno 01 – Professor α_1

Figura 11: Atividade que apresenta alguns subitens e que não consta no LD

Fonte: De nossa autoria, baseado no caderno do Aluno 02, professor β_2

É válido citar ainda que nos cadernos dos alunos dos professores α_1 e β_1 há a presença de mais de 15% das atividades que não foram extraídas do LD. Outra aproximação presente nos cadernos dos professores α_1 e β_1 , é a utilização da conversão trabalhada com a mesma representação de partida (registro algébrico) e obtendo a mesma representação de chegada (registro geométrico), totalizando, aproximadamente, 20% das atividades propostas.

Um distanciamento presente nos cadernos dos alunos e o LD é a construção de gráficos que exploram a representação geométrica de uma reta ou de uma cônica. Nos livros didáticos, os autores fazem a conversão entre os registros de representação algébrico, geométrico, simbólico e numérico numa mesma atividade, enquanto que nos cadernos presenciamos apenas as construções algébricas ou geométricas, de maneira separada.

CAPÍTULO III: SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DESENVOLVIDA COM OS ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DE DUAS ESCOLAS DE ITABAIANA/SE

Depois dessa análise realizada nos cadernos dos alunos do 3º ano do ensino médio, foi organizada e desenvolvida uma sequência de atividades, que será analisada no decorrer desse capítulo.

O trabalho com sequências didáticas permite a elaboração de contextos de produção de forma precisa, por meio de atividades e exercícios múltiplos e variados com a finalidade de oferecer aos alunos noções, técnicas e instrumentos que desenvolvam suas capacidades de expressão oral e escrita em diversas situações de comunicação, (COSTA apud DOLZ, 2004, p.03).

Diante dessa importância de relacionar a representações gráficas, geométricas algébricas é que foi aplicada uma sequência de atividades. Essa sequência foi aplicada nos meses de dezembro/2013 e janeiro/2014 nas sete turmas, nos seus respectivos turnos.

Dos duzentos e vinte e sete alunos (227) que constava nos diários de classe, havia dezenove (19) desistências e/ou transferência de turno no colégio α , enquanto que no colégio β esse quantitativo era de trinta e dois (32), totalizando cinquenta e um (51) alunos que não estavam mais frequentando essas turmas. Sendo assim, dos cento e setenta e seis (176) alunos regulares contabilizamos a presença de cento e quarenta e dois (142) alunos matriculados nessas turmas, o que corresponde a aproximadamente 80% de presença para a realização dessa sequência de atividades (Tabela 14)

Tabela 14: Quantitativo de alunos participantes presentes na aplicação da sequência de atividades

Colégio	Professor	Turmas	Quantidade de alunos matriculados constando no diário de classe	Quantidade de alunos que estavam frequentando a escola	Quantidade de alunos presentes na aplicação da sequência de atividades
α	α_1	$\alpha_1 A_1$	28	24	23
		$\alpha_1 A_2$	26	21	15
	α_2	$\alpha_2 B_1$	30	26	23
		$\alpha_2 B_2$	30	24	19
β	β_1	$\beta_1 C_1$	33	29	21
		$\beta_1 C_2$	39	27	18
	β_2	$\beta_2 D_1$	41	25	23

Fonte: De nossa autoria baseado na coordenação das escolas juntamente com os dados obtidos nas sequências de atividades.

Ao analisar a classificação e a resolução das atividades propostas na sequência de atividades ratificamos aquilo que já fora apresentado nos cadernos dos alunos. Percebemos que os alunos sentem mais segurança ao mobilizar os registros de representação algébrico e numérico quando as questões abordam os conceitos de ponto e reta e circunferência. A título de exemplificação elaboramos a tabela 15 que apresenta os quantitativos dos registros presentes nas questões da sequência de atividades. Essa tabela mostra quantas foram deixadas em branco, quantas os alunos acertaram, quantas a resolução foi considerada inadequada ou então o aluno respondeu a questão de forma parcial.

Tabela 15: Análise do quantitativo das resoluções da sequência de atividades da turma β_2 .

Nº da questão	Item	Em branco	Conceito da geometria analítica	Resposta Final		
				Adequada	Equivocada	Parcialmente adequada
01	A	02	Ponto e reta	06	12	03
	B	08		02	13	00
	C	01		18	04	00
	D	08		02	13	00
	E	07		08	06	02
	F	02		10	10	01
	G	04		16	03	00
02	A	03	Ponto e reta	18	02	00
	B	11		01	11	00
	C	06		09	08	00
	D	08		11	04	00
03	A	08	Ponto e reta	08	07	00
	B	06		12	05	00
	C	09		10	04	00
04	A	11	Ponto e reta	06	06	00
	B	12		08	03	00
	C	10		08	05	00
	D	11		08	04	00
	E	11		07	05	00
05	A	15	Ponto e reta	04	04	00
	B	15		04	04	00
	C	16		02	05	00
	D	15		03	05	00
	E	15		03	05	00
	F	16		03	04	00
06	A	20	Cônicas	01	02	00
	B	20		02	01	00
	C	20		01	02	00
	D	21		01	02	00
	E	20		02	01	00
	F	20		01	02	00

07	A	20	Circunferência	01	02	00
	B	20		01	02	00
	C	20		01	02	00
	D	21		01	01	00
	E	20		01	02	00
	F	20		01	02	00
08	A	20	Circunferência	01	02	00
	B	20		01	02	00
	C	20		01	02	00
	D	21		01	01	00
	E	21		01	01	00
	F	21		01	01	00
09	A	21	Cônicas	01	01	00
	B	21		01	01	00
	C	21		01	01	00
	D	21		01	01	00

Fonte: Baseado na sequência de atividades aplicada aos alunos do professor β_2 .

Com a finalidade de verificar quais eram os registros mobilizados pelos alunos, mediante a sequência de atividades que continha nove (09) questões referentes a um dos conceitos da geometria analítica (ponto e reta, circunferência e cônicas), mostraremos a seguir os registros mobilizados por esses alunos nessa sequência de atividades.

Salientamos que as atividades pertinentes a essa sequência eram diferenciadas e semelhantes que eram propostas pelos livros didáticos adotados em cada uma das turmas. Pois não queríamos a reprodução de soluções e ao mesmo tempo não objetivávamos se distanciar dos encaminhamentos propostos pelos professores. Para tanto, selecionamos e adaptamos atividades que vinculassem, sempre que possível a aplicabilidade dos conceitos de geometria analítica.

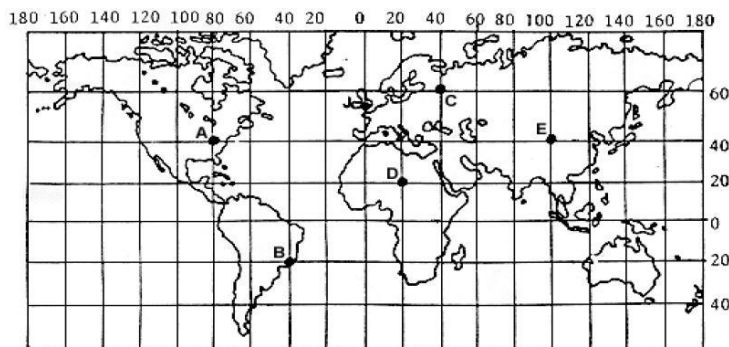
Realizamos uma análise da mobilização de registros de representação que foram utilizados pelos alunos na resolução dessas atividades. Para isso, classificamos as atividades em adequada, quando atende as expectativas de resolução, parcialmente adequada, quando apresenta pequenos equívocos nas etapas de resolução da mesma, equivocada, quando a resolução foge da forma correta de resposta, as atividades que ficaram em branco, as quais o aluno pode não ter visto o conteúdo, ou até mesmo não obteve o conhecimento de determinado conteúdo e as questões nulas, as quais não foi possível categorizar.

Atividade 01: A primeira atividade consistia em abordar o sistema de localização dos alunos. Por meio de um mapa-múndi, o aluno teria que localizar alguns pontos, determinando assim algumas coordenadas, além de calcular a distância entre dois pontos já pré-determinados,

como também a determinação do ponto médio de um segmento, do baricentro de um triângulo e por último, o aluno teria que calcular a área de um triângulo.

Atividade 01

O sistema de mapeamento da Terra, que permite localizar qualquer ponto na superfície terrestre, é semelhante a um plano cartesiano. As linhas horizontais são os paralelos, que indicam a latitude, sendo o Equador o paralelo utilizado como referência, equivalendo ao eixo das abscissas. As linhas verticais são os meridianos, que indicam a longitude, com o Meridiano de Greenwich sendo o eixo das ordenadas.



Considerando que os pontos indicados no mapa representam pontos turísticos, escreva:

- A distância entre os pontos A e B em quilômetros, justificando a resposta;
- Por que você determinou a distância entre os pontos A e B desta forma? Justifique.
- Qual é a distância média entre os pontos B e D?
- Qual é a representação do ponto médio que une os pontos B e D? Marque esse ponto no plano.
- A área do triângulo CDE;
- Determine as coordenadas do baricentro do triângulo CDE.
- Qual foi seu procedimento para resolver o item anterior?

Tabela 16: Resoluções das atividades – Atividade 01.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	95 66,90%	07 04,93%	16 11,27%	20 14,08%	04 02,17%	142 100,00%
B	69 48,59%	00 00,00%	33 23,24%	38 26,76%	02 1,41%	142 100,00%
C	92 64,79%	12 08,45%	13 09,15%	22 15,49%	03 02,11%	142 100,00%
D	44 30,99%	30 21,13%	00 00,00%	48 33,80%	20 14,08%	142 100,00%
E	83 58,45%	09 06,34%	19 13,38%	31 21,83%	00 00,00%	142 100,00%
F	31 21,83%	18 12,68%	27 19,01%	63 44,37%	03 02,11%	142 100,00%
G	37 26,06%	31 21,83%	00 00,00%	74 52,11%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Ao resolver o item 1-a) 66,90% dos alunos apresentaram resolução adequada, uma vez que para determinar a distância entre os pontos A e B, os alunos identificaram as coordenadas dos pontos, respectivamente e em seguida, utilizaram a fórmula de distância entre dois pontos,

solucionando assim este item. A tabela 16 apresenta os quantitativos referentes a resolução desse item.

Sete alunos, o que corresponde a 04,93% dos participantes da pesquisa e que responderam inadequadamente essa atividade não souberam representar um ponto a partir do plano cartesiano, esquecendo-se de acrescentar os sinais de negativo a algumas coordenadas desses pontos. É notável que na maioria dos casos, os alunos utilizaram de imediato os valores apresentados na figura, ao invés de compreender que o problema tratava-se de um plano cartesiano.

O item 1-b) dessa atividade estava baseado nas justificativas que os alunos expuseram para resolver o item 1-a). Destacamos a resolução dessa atividade que requer do aluno uma explicação de como ele resolveu a atividade. Trata-se de uma resposta aberta, na qual o aluno poderia ter usado vários métodos de resolução. Aproximadamente 25% dos alunos deixaram esse item em branco para, já outros 25% colocaram apenas que utilizaram a fórmula de distância. Sendo que consideramos adequada à resolução que apresentou uma explicação que envolveu os conceitos básicos da geometria analítica.

O item 1-c) consistia na determinação do ponto médio entre os pontos B e D, localizados no mapa. Para isso, o aluno deveria identificar as coordenadas desses pontos para em seguida obter a média referente a abscissa e a ordenada de cada ponto. Ao analisar os protocolos dos alunos constatamos que aproximadamente 65% dos alunos responderam satisfatoriamente essa atividade. Para a resolução do item 1-d) o aluno precisava marcar o ponto obtido no item 1-c) no mapa, com a finalidade de localizar-se no espaço, uma vez, que essa é um dos objetivos da geometria analítica, segundo os documentos oficiais. Na resolução dessa atividade verificamos que não houve um entendimento adequado, os alunos ficavam se questionando o que tinham que fazer nessa atividade, que consistia em apenas localizar o ponto médio obtido no item anterior e fazer a marcação no mapa. Aproximadamente 15% dos alunos deixaram a atividade em branco e outros 20% responderam de forma inadequada.

No item 1-e) temos uma atividade que requer do aluno a área de um triângulo formado pelos pontos C, D e E. O aluno poderia utilizar métodos diferentes para a resolução dessa atividade, poderiam empregar noções de geometria plana, como também usar a regra da metade do módulo do determinante entre os três vértices do triângulo. Ao analisar os protocolos constatamos que aproximadamente 60% dos alunos resolveram satisfatoriamente essa atividade. Dentro desse percentual por volta de 80% usou o método dos determinantes e os demais utilizaram a geometria plana para resolução dessa atividade. Por volta de 15% dos

alunos responderam de forma equivocada, sendo que houve respostas que não atendiam as expectativas de resolução, tais como a não formação de um triângulo, por exemplo. Os alunos afirmaram que aqueles três pontos não determinavam um triângulo.

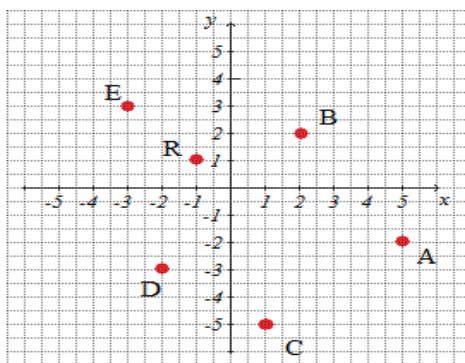
No item 1-f) o aluno teria que determinar a coordenada do baricentro do triângulo CDE. Para isso necessitaria identificar os vértices desse triângulo e determinar o ponto de encontro das medianas. Na resolução dessa atividade quase metade dos alunos deixaram a questão em branco (44,37%), pois provavelmente não lembravam ou não sabiam identificar o significado do termo baricentro chegando, inclusive a revelar isso durante a aplicação da sequência. Aproximadamente 20% dos alunos responderam essa atividade de forma coerente. Outros 19% tentaram responder, mas por não determinarem as coordenadas dos vértices do triângulo de maneira adequada, acabaram por resolver de forma incoerente.

No último item, ou seja, 1-g), que consistia numa explicação para a resolução do item anterior, tivemos explicações coerentes, dentro do esperado, como também explicações como, “*é a fórmula que eu aprendi*”, além de um quantitativo expressivo de questões em branco (52,11%) e outros 25% conseguiram responder o item de forma coerente, atendendo a explicações matemáticas, usando termos “medianas” e “baricentro” nas explicações.

Atividade 02: A segunda atividade também envolve exige a ideia de localização no espaço por meio da análise das coordenadas de um ponto inferir sobre o fornecimento ou não de um sinal de transmissão de uma antena.

Atividade 02

Observe o esquema que representa a localização das cidades A, B, C, D e E e de uma antena de transmissão de sinal de celular R.



- Sabendo que o raio de transmissão dessa antena é de 220 km e que cada unidade representada no esquema corresponde a 50 km, quais cidades recebem o sinal transmitido?
- Por que você realizou o cálculo anterior, ao ser questionado sobre as cidades que receberiam o sinal de transmissão R? Justifique sua resposta.
- Determinar outra cidade que recebe o Sinal de Transmissão.
- Determinar a localização dessa cidade

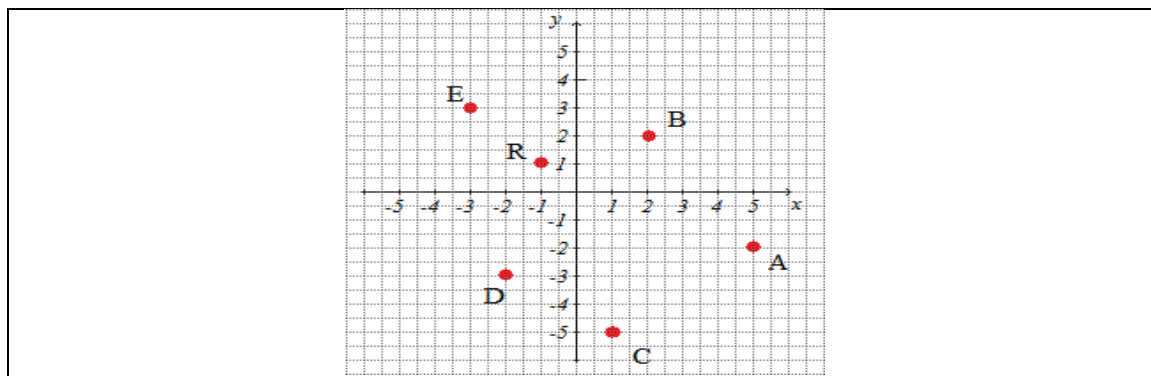


Tabela 17: Resoluções das atividades – Atividade 02.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	80 56,34%	00 00,00%	47 33,10%	15 10,56%	00 00,00%	142 100,00%
B	67 47,18%	18 12,68%	12 08,45%	40 28,17%	05 03,52%	142 100,00%
C	71 50,00%	00 00,00%	47 33,10%	24 16,90%	00 00,00%	142 100,00%
D	69 48,59%	00 00,00%	43 30,28%	30 21,13%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

No item 2-a) era apresentado ao aluno um plano cartesiano contendo os pontos A, B, C, D e E, além do ponto R, o qual representava a torre de transmissão do sinal do celular, com a informação de que essa torre de transmissão emite suas ondas até 220 km, pediu para que os alunos identificassem quais eram as cidades que recebiam esse sinal. Essa atividade apresentava uma aplicação, na qual o aluno por meio de sistema cartesiano ortogonal deveria localizar as cidades que recebiam o sinal de transmissão do celular que partia de R.

Dentre os resultados observamos que 56,34% dos alunos responderam corretamente a atividade. Outros 33,10% responderam equivocadamente ao colocar a torre de transmissão na origem do plano cartesiano.

No item 2-b), o aluno teria que justificar a estratégia utilizada para responder a atividade anterior. Percebemos que dentre os alunos que resolveram a atividade anterior de forma adequada 15% deles justificaram sua resposta de forma equivocada. Além disso, dos demais, em média de 30% dos alunos deixaram esse item em branco e salientamos que a maioria (47,18%) dos alunos responderam satisfatoriamente essa atividade.

O item 2-c) requeria a localização de outra cidade que recebesse o sinal de transmissão emitido por R. Essa atividade dependeu da interpretação dada por cada um dos alunos. Isso ficou claro, ao analisarmos a resolução desse item, pois, se o aluno associou a torre de transmissão à origem do plano cartesiano ele não atenderia as expectativas. Dentre os resultados

constatamos que 50% dos alunos responderam de forma adequada esse item e 33,10% deles fizeram essa associação equivocada.

No último item dessa atividade, ou seja, no 2-d) o aluno teria que mostrar a localização de outra cidade que recebe a transmissão do sinal do celular. Dentre os resultados dos dados obtidos observamos que 48,59% dos alunos responderam de forma coerente essa atividade e 21,13% a deixaram em branco.

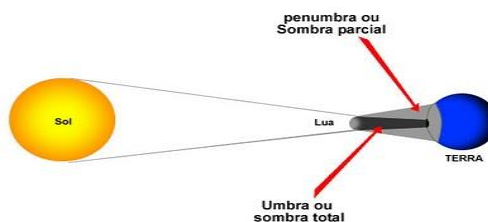
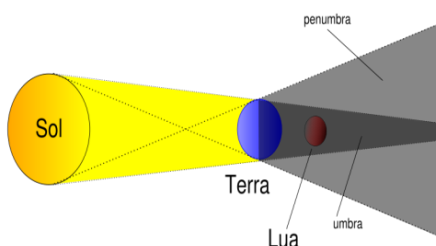
Atividade 03: Essa atividade explora a condição de alinhamento entre pontos, associando-o aos eclipses solar e lunar.

Atividade 03

Chamamos de eclipse o obscurecimento (parcial ou total) de um astro pela interposição de outro, ou seja, um astro fica posicionado entre um observador e outro astro, projetando uma sombra. Os eclipses mais conhecidos são os eclipses lunar e solar, que acontecem quando o Sol, a Lua e a Terra ficam alinhados. Esse alinhamento acontece em duas fases da Lua: na fase Nova, quando a Lua fica posicionada entre o Sol e a Terra, e na fase Cheia, quando a Terra fica entre o Sol e a Lua. No entanto, o plano de rotação da Lua ao redor da Terra tem uma inclinação em relação ao plano de rotação da Terra ao redor do Sol, o que impossibilita um eclipse lunar e um eclipse solar a cada mudança de fase da Lua.

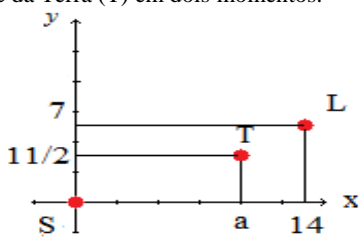


Esses planos de rotação possuem dois pontos em comum, e o eclipse acontece quando a Lua está próxima a um desses pontos, pois assim temos os três astros alinhados em um mesmo plano, fazendo com que um projete sombra no outro. A sombra circular que a Terra projeta na Lua durante um eclipse lunar foi, para Pitágoras e Aristóteles, a prova de que a Terra era esférica.

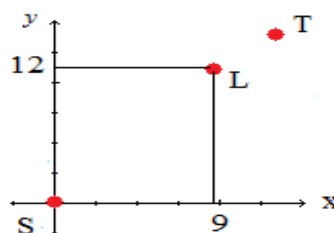


HDSUH.BLOGSPOT.COM

Utilizando a posição do Sol (S) como origem, foram construídos dois planos cartesianos, I e II, que representam a posição da Lua (L) e da Terra (T) em dois momentos.



Plano Cartesiano I



Plano Cartesiano II

a) Considerando que o plano cartesiano I representa a posição dos astros durante um eclipse lunar, calcule o valor da abscissa a da posição da Terra. Justifique.

- b) Sabendo que, no plano cartesiano II, a distância entre o Sol e a Terra é de 20 unidades de comprimento, determine as coordenadas da posição da Terra para que os astros estejam alinhados. Nesse caso, há ocorrência de um eclipse? De qual tipo?
- c) Um astronauta verificou o posicionamento do Sol, da Terra e da Lua no momento em que ocorria um eclipse, eles estavam nos pontos $S(4, -1)$, $T(1,7)$ e $L(7,r)$. Qual o valor de r que garante que os astros estão alinhados?

Tabela 18: Resoluções das atividades – Atividade 03.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equívocada	Em branco	Nula	Total
A	18 12,68%	26 18,31%	34 23,94%	62 43,66%	02 01,41%	142 100,00%
B	14 09,59%	04 02,17%	18 12,68%	105 73,94%	01 00,70%	142 100,00%
C	27 19,01%	12 08,45%	40 28,17%	63 44,37%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Para resolver o item 3-a) precisava é necessário obter a abscissa da posição da Terra. Sendo assim, o aluno deveria por meio do Teorema de Pitágoras determinar essa abscissa, uma vez que eram apresentados nesse plano cartesiano a localização do Sol, na origem do plano e a posição da Lua na coordenada (14,7).

O item 3-a) foi resolvido de diversas maneiras, ou seja, houve 55,56% dos alunos que responderam, usaram o Teorema de Pitágoras, outros 44,44% resolveram essa atividade por meio da fórmula de distância entre os pontos. E 43,66% dos alunos deixaram essa atividade em. Salientamos ainda que 23,945% dos alunos tentaram resolver essa atividade, mas não obtiveram êxito na resolução.

No item 3-b) requeria o cálculo de distância entre dois pontos, e a partir desse valor questionava sobre a presença ou não de um eclipse, sendo que em caso afirmativo, solicitava a identificação de qual eclipse ocorreria.

Essa atividade apresentou um índice expressivo de alunos que a deixaram em branco, 73,94%, um dos possíveis motivos para a existência desse índice refere-se a necessidade de interpretar os dados obtidos no decorrer da resolução da atividade. Vale ressaltar, que nos cadernos dos alunos a maioria das atividades não continham esse caráter, ou seja, apenas solicitavam cálculos e aplicações de fórmulas que determinassem a condição de alinhamento de três pontos.

No item 3-c) era solicitado ao aluno que ele determinasse a ordenada de um ponto para que três pontos estivessem alinhados. Esse item tratava de uma condição de alinhamento entre três pontos de forma mais direta, bastava o aluno encontrar o valor da ordenada r e por meio do cálculo de um determinante, por exemplo, determinaria o valor solicitado. Mesmo assim,

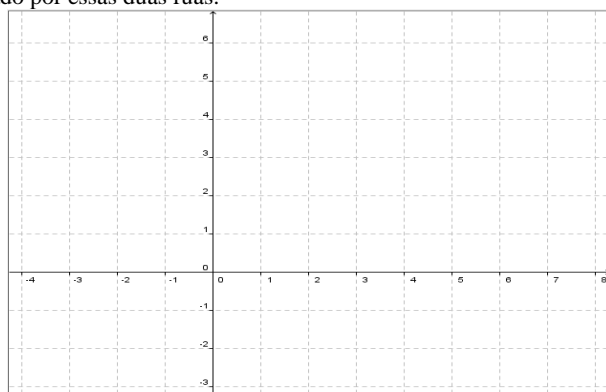
constatamos que aproximadamente 45% dos alunos deixaram essa atividade em branco, enquanto em média de 20% resolveu de forma adequada.

Atividade 04: A partir da atividade 04, aproximadamente 70% dos alunos deixaram em branco as atividades dessa sequência. Tal fato pode ser justificado pelo fato dos conceitos abordados nas atividades não fazerem parte dos encaminhamentos didáticos de todos os professores; do fato de tais conceitos não serem considerados nas notas de desempenho na disciplina de Matemática dessas turmas neste ano letivo; ou ainda na falta de interesse dos alunos em participar desta pesquisa.

Atividade 04

Estou no centro comercial de Aracaju fazendo compras e sei que as ruas São Cristóvão e Laranjeiras são representadas pelas equações $r: 2x + 3y - 7 = 0$ e $s: -10x - 15y + 45 = 0$, respectivamente.

- Qual a posição de uma rua em relação à outra? Justifique matematicamente como você determinou sua resposta.
- Esboce o gráfico indicado por essas duas ruas.



- Qual a distância entre essas duas ruas?
- Como você justifica os cálculos utilizados no item anterior?
- A representação gráfica que você obteve no item b é idêntica a que segue abaixo? Se sim justifique sua opinião, caso contrário, se sua resposta foi não, explique detalhadamente por quê.

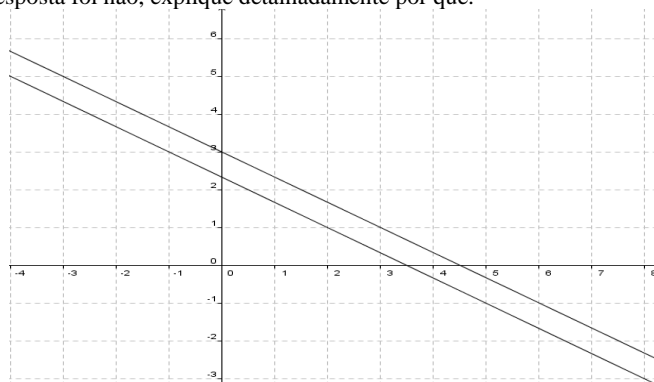


Tabela 19: Resoluções das atividades – Atividade 04.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	12 08,45%	10 07,42%	19 13,38%	101 71,13%	00 00,00%	142 100,00%
B	27 19,01%	12 08,45%	40 28,17%	63 44,37%	00 00,00%	142 100,00%
C	05 03,52%	02 01,41%	15 10,56%	118 83,10%	02 01,41%	142 100,00%
D	08 05,63%	06 04,23%	10 07,04%	117 82,39%	01 00,70%	142 100,00%
E	27 19,01%	12 08,45%	40 28,17%	63 44,37%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Essa atividade trabalha com os conceitos de reta, posição relativa entre elas, cálculo de distância entre elas, além da representação gráfica. No item 4-a) o aluno teria que analisar a posição relativa entre as retas que determinavam a localização das ruas do centro de Aracaju.

Aproximadamente 9,00% dos alunos responderam adequadamente a posição relativa entre as retas, paralelas, outros 7,00% responderam parcialmente, pois, conheciam essas ruas e afirmaram automaticamente e não matematicamente a posição relativa entre elas, não contemplando o que era pedido no item.

No item 4-b) foi solicitada a representação gráfica das equações das retas apresentadas no enunciado. Destacamos um quantitativo de 7,75% dos alunos representaram corretamente o gráfico que era estabelecido pelas equações de reta presente no enunciado. Salientamos ainda que os alunos atribuíram valores para a abscissa para encontrar a ordenada e em seguida eles traçaram o gráfico correspondente a reta *r* (Rua Laranjeiras) e em seguida, pelo mesmo processo o gráfico da reta *s* (Rua São Cristóvão). Houve um percentual de 9,86% dos alunos que responderam essa atividade de forma parcial, ou seja, apresentou as retas no outro sentido, com certa distância entre elas, maior do que os pontos que eles encontraram.

No item 4-c) os alunos tinham que calcular a distância entre as duas retas apresentadas.

Encontramos na resolução dessa atividade a forma adequada de resolução que consiste em determinar um ponto pertencente a uma das retas e calcular a distância para a outra reta. Somente 3,52% dos alunos seguiram essas etapas na resposta dessa atividade. Destacamos ainda o percentual de 83,10% dos alunos que não responderam esse item, além dos 10,56% dos alunos que responderam de forma equivocada, pois ao invés de utilizar a fórmula de distância entre ponto e reta, o aluno utilizou a fórmula de distância entre pontos.

No item 4-d) o aluno teria que justificar o processo utilizado no item 4-c) e explicar de forma escrita a estratégia utilizada para resolução da atividade anterior. Destacamos que 5,63% dos alunos responderam coerentemente essa atividade que consiste em explicar o processo de

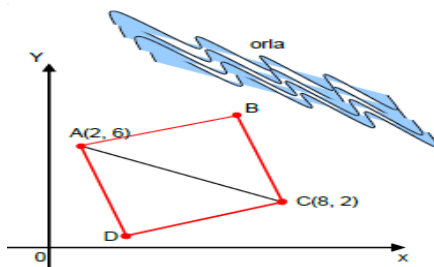
resolução. 82,39% dos alunos não responderam e 7,04% dos alunos responderam de forma equivocada ou afirmando apenas que utilizaram a fórmula que aprenderam durante as aulas.

O item 4-e) exige do aluno a confirmação ou refutação daquilo que foi feito no item 4-b), ou seja, foi apresentado um esboço das equações das retas e pedia para que o aluno analisasse se o gráfico construído era similar àquele, em caso afirmativo, justificaria a resposta e em caso negativo, explicaria o porquê de não apresentar aquele gráfico. Destacamos, entre os resultados, que 6,34% dos alunos responderam corretamente essa atividade, concordando com o que fora apresentado no item 4-b). Constatamos ainda 71,13% de respostas em branco e 18,31% equivocadas, sem uma explicação do porquê sim ou não do esboço do gráfico ser similar ao apresentado na atividade.

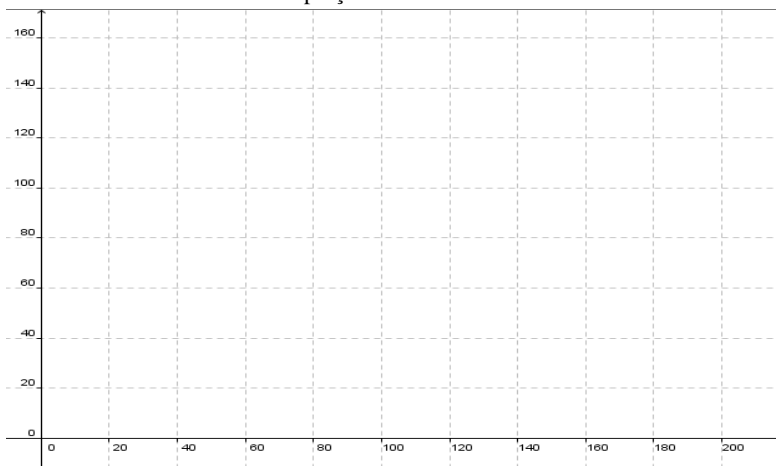
Atividade 05: A quinta atividade apresenta um plano cartesiano com um quadrilátero inscrito nesse plano, trata-se de uma planta para a construção de um edifício na praia do Sarney em Aracaju.

Atividade 05

Um arquiteto gostaria de construir um edifício de base quadrada em frente à praia do Sarney, em Aracaju, de tal forma que uma das diagonais de sua base fosse paralela à orla, conforme a ilustração abaixo. Utilizando um sistema de coordenadas cartesianas, ele determinou que os vértices da base que determinam a diagonal paralela à orla deverão ser $A(2, 6)$ e $C(8, 2)$.



- Determine as coordenadas dos outros dois vértices, de modo que o quadrilátero ABCD seja, de fato, um quadrado.
- Como você resolveu o item anterior? Justifique.
- Atrás desse edifício foi construída uma praça também de forma quadrangular e que possui uma fonte iluminada, local onde os jovens se reúnem para conversar no final das aulas, cujos vértices são representados pelos seguintes pares ordenados $(60,50)$, $(60,110)$, $(180,50)$ e $(180,110)$. Pergunta-se qual a área de lazer dessa praça?
- Esboce no plano cartesiano os vértices dessa praça.



- e) Realize o cálculo da área desse quadrilátero de uma forma diferente da que você utilizou no item c dessa mesma questão.
- f) Qual é a distância entre o centro dessa praça, onde fica a fonte luminosa para um dos quatro vértices que delimitam essa praça?

Tabela 20: Resoluções das atividades – Atividade 05.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	07 04,93%	02 01,41%	13 09,15%	119 83,80%	01 00,70%	142 100,00%
B	06 04,23%	00 00,00%	08 05,63%	127 89,44%	01 00,70%	142 100,00%
C	06 04,23%	01 00,70%	11 07,75%	124 87,32%	00 00,00%	142 100,00%
D	06 04,23%	00 00,00%	12 08,45%	124 87,32%	00 00,00%	142 100,00%
E	07 04,93%	02 01,41%	03 02,11%	130 91,55%	00 00,00%	142 100,00%
F	06 04,23%	02 01,41%	08 05,63%	125 88,03%	01 00,70%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Destacamos nessa atividade o grande percentual de alunos que deixaram essa atividade em branco, uma média de 87,91%. Na resolução do item 5-a), obtemos um percentual de 4,93% dos alunos respondendo de forma satisfatória, para tanto expôs os outros dois vértices, B e D, para a composição da base quadrada do edifício que seria construído naquela localidade, nos métodos de resolução encontramos cálculo de ponto médio, de distância entre dois pontos, para em seguida determinar simbolicamente as coordenadas dos vértices.

No item 5-b) poucos alunos justificaram de forma escrita a resolução da atividade 5-a) totalizando 4,23% dos alunos. Outro fator destacado nesse item é a maneira como alguns alunos tentaram explicar a resolução sem ao menos ter resolvido por meio de cálculos o item anterior, contabilizamos um percentual de 5,63%.

Já no item 5-c) foram apresentados os vértices de uma praça quadrangular que seria construída ao lado do edifício e solicitava que o aluno calculasse a área dessa praça. Destacamos que apenas 4,23% dos alunos responderam adequadamente esse item. Os alunos que não apresentaram indícios de não terem compreendido a questão totalizam 7,75%, pois eles utilizaram o método do cálculo do ponto médio de uma região quadrangular, quando bastava calcular a distância entre os vértices dois a dois e em seguida multiplicar pela geometria plana.

No item 5-d) que solicita que o aluno esboce essa região no plano cartesiano, ou seja, era representar simbolicamente os vértices desse quadrado. 87,32% dos alunos deixaram essa atividade em branco, questão essa que poderia ser solucionada por meio da geometria plana, bastava determinar a medida de cada lado. Temos ainda que 8,45% dos alunos responderam

essa atividade equivocadamente, utilizando estratégias que não levaram a uma solução explícita.

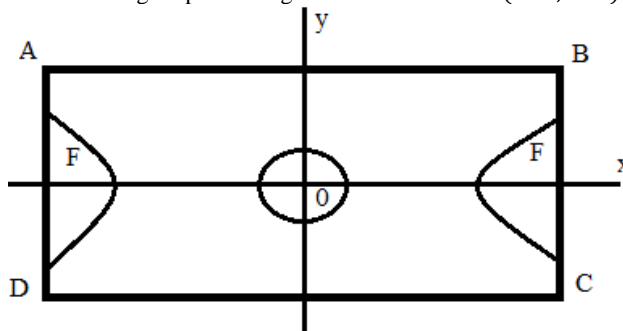
No item 5-e), temos uma atividade que destaca a importância da correlação entre a geometria analítica e outro método de cálculo de áreas. Em média de 90% dos alunos deixaram essa atividade em branco, os alunos que responderam adequadamente esse item, 4,93%, utilizaram a geometria plana para solucioná-lo.

O último item dessa atividade, ou seja, 5-f), tratava de uma retomada da distância entre pontos, ou seja, o aluno determinaria o ponto médio por meio dos vértices que são opostos, no qual estava construída uma fonte luminosa. Nessa atividade 4,23% dos alunos apresentou uma resolução adequada, 5,63% dos alunos apresentaram uma resolução equivocada e aproximadamente 90% dos alunos não responderam essa atividade.

Atividade 06: A sexta atividade explora o conceito de cônicas. Salientamos que apenas 16,19% dos alunos viram esse conteúdo de cônicas, uma vez que, segundo os professores, esse conteúdo não era pertinente ao ENEM. Diante desse quantitativo apresentaremos a tabela 21 com a análise da resolução dessa atividade.

Atividade 06

Uma quadra de futsal está representada na figura pelo retângulo ABCD onde $A = (-20, -10)$ e $C = (20, 10)$.



Cada uma das áreas dos goleiros é delimitada por uma linha de fundo AD e BC, e por um dos dois ramos de uma hipérbole de focos $F_1 = (6\sqrt{5}, 0)$ e $F_2 = (-6\sqrt{5}, 0)$. O círculo central e a hipérbole são concêntricos, o raio do círculo mede 3m e uma das assíntotas da hipérbole passa pelos pontos A e C.

- Determine a distância entre o centro do círculo e um vértice da hipérbole.
- Calcule a área dessa quadra.
- Qual é a equação da hipérbole?
- Como você explica os cálculos realizados no item anterior?
- Determine a excentricidade da hipérbole.
- Justifique o resultado obtido no item anterior.

Tabela 21: Resoluções das atividades – Atividade 06.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	02 01,41%	01 00,70%	02 01,41%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
B	01 00,70%	01 00,70%	03 02,11%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
C	03 02,11%	01 00,70%	01 00,70%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
D	04 02,82%	00 00,00%	01 00,70%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
E	03 02,11%	00 00,00%	02 01,41%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
F	03 02,11%	02 01,41%	00 00,00%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Ao analisarmos essa atividade verificamos que 96,48% dos alunos não responderam essa atividade, e em torno de 1% o fez de maneira adequada. Houve também um pequeno percentual que tentou resolver essa atividade, porém não obtiveram êxito na resolução, esse percentual também é por volta do 1%.

O método de resolução adotado pelos alunos que responderam adequadamente envolveu o desenvolvimento de estratégias de raciocínio e o emprego de expressões algébricas referentes às cônicas, uma vez que essa atividade exigia do aluno conhecimento de hipérbole, sua equação e excentricidade. Ficou claro ainda na análise que eles justificavam por escrito como eles obtiveram os resultados.

Atividade 07: A sétima atividade faz referência ao estudo da circunferência, associando-o aos conceitos de reta e região circular para determinar o ponto de tangência entre uma rua, representada por uma equação de reta e uma praça circular, representada por um ponto, que é o centro e o raio da mesma.

Atividade 07

Para construir uma praça no formato circular (C), um engenheiro só dispunha da localização do centro dessa praça representado pelo ponto A (-5,1). Além disso, sabia que essa praça tangenciaria uma rua cuja equação é $4x - 3y - 2 = 0$. Sabe-se ainda que Q é o ponto de intersecção da reta que representa a rua com o eixo Ox.

- Determine a coordenada do ponto P que é o ponto de tangência entre a praça circular e a rua.
- Justifique os cálculos utilizados no item anterior.
- Escreva a equação da circunferência que delimita os limites da praça.
- Calcule a área do triângulo APQ.
- Justifique os cálculos utilizados no item anterior.
- Como você determinaria a área desse mesmo triângulo APQ de outra maneira?

Tabela 22: Resoluções das atividades – Atividade 07.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	03 02,11%	01 00,70%	01 00,70%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
B	03 02,11%	01 00,70%	01 00,70%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
C	03 02,11%	00 00,00%	01 00,70%	138 97,18%	00 00,00%	142 100,00%
D	03 02,11%	01 00,70%	01 00,70%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
E	03 02,11%	01 00,70%	01 00,70%	137 96,48%	00 00,00%	142 100,00%
F	03 02,11%	00 00,00%	01 00,70%	138 97,18%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Nessa atividade percebemos que 2,11% dos alunos responderam coerentemente essa atividade, utilizando os métodos de cálculos corretamente, esboçando a situação para resolver essa situação. Menos de 1% dos alunos responderam de forma equivocada, ou seja, utilizaram estratégias que não correspondiam a atividades, por exemplo, não sabiam expressar a equação da circunferência, não associaram a posição relativa da reta e da circunferência, que são tangentes. Destacamos também o expressivo quantitativo de 96,48% de alunos que não responderam essa atividade.

Atividade 08: Na oitava atividade também recorremos a aplicações e exploramos o conceito de circunferência, por meio da sombra se uma bola de vôlei.

Atividade 08

A sombra de uma bola de vôlei é projetada no chão da sala de aula. Sabendo que o centro dessa sombra é $C(2,1)$ e que o raio formado é de 3 dm.

- Esboce o gráfico que representa a circunferência projetada.
- Qual é a equação da circunferência projetada?
- No plano cartesiano determine a ordenada do ponto $A = (2, y)$. Determine também a abscissa do ponto $B = (x, 1)$.
- Justifique como você resolveu o item anterior.
- Qual é a intersecção da sombra com o eixo dos x ? E com o eixo dos y ?
- Determine a distância do centro da sombra ao eixo dos x .

Tabela 23: Resoluções das atividades – Atividade 08.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	03 02,11%	00 00,00%	00 00,00%	139 97,89%	00 00,00%	142 100,00%
B	03 02,11%	00 00,00%	00 00,00%	139 97,89%	00 00,00%	142 100,00%
C	03 02,11%	00 00,00%	00 00,00%	139 97,89%	00 00,00%	142 100,00%
D	03 02,11%	00 00,00%	00 00,00%	139 97,89%	00 00,00%	142 100,00%
E	03 02,11%	00 00,00%	00 00,00%	139 97,89%	00 00,00%	142 100,00%
F	03 02,11%	00 00,00%	00 00,00%	139 97,89%	00 00,00%	142 100,00%

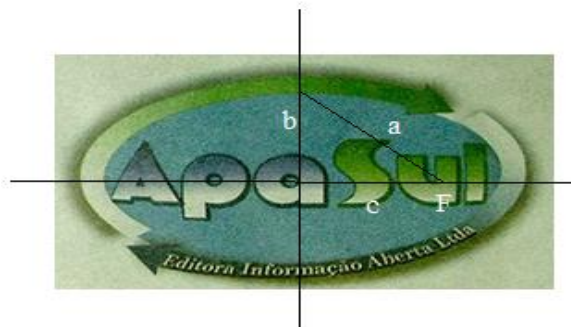
Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Diante dessa atividade analisamos a presença de várias representações na resolução, ou seja, o item 9-a) sugeria que o aluno esboce a sombra da bola, com um centro e um raio já descritos no enunciado, em seguida, solicitamos que os alunos encontrassem a equação dessa circunferência, logo após, e com o auxílio dessa equação determinar a abscissa de um ponto A e a ordenada de um ponto B. O item seguinte pedia para que o aluno explicasse como ele resolveu a atividade anterior e por último o aluno deveria encontrar a intersecção entre a circunferência e os eixos cartesianos, como também calcular a distância entre o centro e o eixo x. O método utilizado pelos 2,11% dos alunos era coerente, ou seja, atendia as expectativas de resolução das atividades, pois, por meio dos conceitos e das fórmulas que envolvem a circunferência o aluno conseguiu resolver o que era proposto.

Atividade 09: Na nona e última atividade exploramos, mais uma vez o conceito de cônicas, verificamos as formas utilizadas pelos alunos para a resolução da mesma e obtivemos os dados que estão compilados na tabela 24.

Atividade 09

A logomarca de uma editora de informações online possui um formato elíptico. Sabe-se que a distância entre os focos é de 6 cm e que o eixo maior dessa elipse mede 10 cm. Abaixo segue a logomarca:



- Determine os valores de a , b e c representados na elipse.
- Qual é a equação da elipse formada.
- Justifique o cálculo utilizado no item anterior.
- Calcule a excentricidade dessa logomarca.

Tabela 24: Resoluções das atividades – Atividade 09.

Item	Adequada	Parcialmente Adequada	Equivocada	Em branco	Nula	Total
A	02 01,41%	00 00,00%	00 00,00%	140 98,59%	00 00,00%	142 100,00%
B	02 01,41%	00 00,00%	00 00,00%	140 98,59%	00 00,00%	142 100,00%
C	02 01,41%	00 00,00%	00 00,00%	140 98,59%	00 00,00%	142 100,00%
D	02 01,41%	00 00,00%	00 00,00%	140 98,59%	00 00,00%	142 100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nas resoluções dos alunos.

Diante dos dados da tabela 24 podemos constatar essa atividade foi quase que totalmente esquecida, pois 98,59% dos alunos deixaram essa atividade em branco. Destacamos também que apenas 1,41% dos alunos responderam adequadamente essa atividade, possibilitando a mobilização de registros de representação, pois, a partir da representação geométrica da logomarca os alunos teriam que equacionar a elipse para em seguida determinar a excentricidade dessa logomarca.

Depois dessa análise percentual dos métodos de resolução das questões presentes na sequência de atividades elaboramos uma tabela que compila os dados referentes aos registros encontrados nas resoluções dessas atividades, como também classificamos em tratamento ou conversão e qual o tipo de registro pertinente a cada resolução.

Contabilizando o total de atividades presentes na sequência aplicada aos alunos participantes da pesquisa, contando com os itens pertencentes a cada atividade, chegamos a um total de quarenta e sete (47) exercícios que envolvem os conceitos de geometria analítica.

Tabela 25: Registros mobilizados na sequência de atividades.

Resol.	Registros Mobilizados	$\alpha_1 A_1$ (23 alunos)	$\alpha_1 A_2$ (15 alunos)	$\alpha_2 B_1$ (23 alunos)	$\alpha_2 B_2$ (19 alunos)	$\beta_1 C_1$ (21 alunos)	$\beta_1 C_2$ (18 alunos)	$\beta_2 D_1$ (23 alunos)	Total (142 alunos)
Adeq.	RAI	03	02	00	02	01	02	01	07,75%
	RLN	00	01	00	02	01	00	00	02,82%
	RGr → RSb → RAI → RNm	01	02	01	02	02	03	03	09,86%
	RGr → RAI → RNm	01	01	00	01	00	01	01	03,52%
	RAI → RGe	01	00	00	01	02	00	01	03,52%
	RSb → RAI → RNm	02	00	00	00	00	00	00	01,41%
	RSb → RNm	00	00	01	00	00	00	00	00,70%
	RAI → RLN	02	00	00	01	00	00	00	02,11%
	RAI → RNm	00	00	01	00	01	01	00	02,11%
	RGe → RAI → RSb	00	00	02	00	01	01	01	03,52%
	RSb → RGe	00	01	00	01	00	00	00	01,41%
	RGe → RAI	01	01	01	00	02	01	00	04,23%
Parc. Adeq.	RAI	02	00	00	01	00	01	02	04,23%
	RGr → RSb → RAI → RNm	02	00	00	01	02	00	03	05,63%
	RGr → RAI → RNm	01	00	01	01	00	00	02	03,52%

	RAI \rightarrow RGe	01	00	00	00	00	00	01	01,41%
	RSb \rightarrow RAI \rightarrow RNm	00	00	02	00	01	00	00	02,11%
	RGe \rightarrow RAI \rightarrow RSb	00	01	01	00	00	01	01	02,82%
	RSb \rightarrow RGe	00	00	01	00	01	00	00	01,41%
	RGe \rightarrow RAI	01	01	02	01	02	01	00	05,63%
	RGr \rightarrow RNm	00	00	01	00	00	00	01	01,41%
Equiv.	RAI	01	02	01	02	02	01	02	07,75%
	RAI \rightarrow RGe	01	01	00	01	01	01	00	03,52%
	RSb \rightarrow RAI \rightarrow RNm	00	00	02	01	00	00	00	02,11%
	RGe \rightarrow RAI \rightarrow RSb	01	00	00	00	00	00	01	01,41%
	RSb \rightarrow RGe	00	00	01	00	00	00	01	01,41%
	RGe \rightarrow RAI	00	00	02	01	00	00	00	02,11%
	RGr \rightarrow RSb \rightarrow RAI \rightarrow RNm	00	00	01	00	00	00	01	01,41%
Em branco		02	01	02	00	02	03	01	07,75%
Nula		00	01	00	00	00	01	00	01,41%
Total		23	15	23	19	21	18	23	100,00%

Fonte: De nossa autoria baseado nos registros dos cadernos dos alunos.

Podemos perceber pelos dados da tabela 25, que os alunos utilizam mais a conversão entre os registros que o tratamento isso porque as atividades foram constituídas para explorar essa transformação que para Duval (2003) é mais complexa. Do quantitativo apresentado, 7,75% dos alunos deixaram a sequência de atividades em branco, 1,41% das atividades foram anuladas, pois não apresentam nem as informações de apresentação contidas na primeira página da sequência. Restou-nos então que analisar 90,84% das atividades que apresentavam algum tipo de resolução, dessas destacamos o percentual de 22,55% de atividades que os alunos usaram o tratamento e o registro mais mobilizado foi o algébrico, com 87,49%.

Além disso, 68,29% dos alunos utilizaram as conversões entre registros para solucionar as atividades. Desse percentual, 14,44% das soluções correspondiam a mobilização entre os registros RGr \rightarrow RSb \rightarrow RAI \rightarrow RNm.

No quantitativo que representa os alunos que responderam adequadamente as atividades, temos um percentual de 38,73%, dentro desta representação destacamos que os 36,25% que mobilizaram com sucesso conversões envolvendo dois registros, outros 21,80%

empregaram três registros nas conversões e 25,46% utilizaram quatro registros de representação para a resolução das atividades. Vale destacar que variação na quantidade dessas conversões está relacionada ao tipo de questão que é proposta como também a apreensão cognitiva dos alunos.

No percentual que corresponde aos alunos que responderam parcialmente adequada as atividades temos um quantitativo de 28,17% dos alunos. Dentro desse percentual, destacamos que 15,02% dos alunos utilizaram o tratamento na resolução das atividades, enquanto que 84,98% utilizaram conversão entre os registros, nesse quantitativo, salientamos o percentual de 35% dos alunos resolverem usando dois registros de representação, enquanto 30% utilizam três registros de representação, ou seja, os alunos tentaram usar todas as informações disponíveis nas questões para solucionar, porém, por falhas pequenas de sinal ou talvez uma interpretação equivocada da atividade ocasionou a não resolução adequada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa objetivou investigar como e quais representações matemáticas são mobilizadas por alunos de 3º ano do ensino médio das escolas públicas da rede estadual de ensino nos Colégio Estadual Murilo Braga e Colégio Estadual Eduardo Silveira, ambas situadas na cidade de Itabaiana/SE, ao resolverem atividades que envolvem conceitos de geometria analítica.

A restrição do campo de investigação nessas escolas se deu pelo fato de uma das escolas ser destaque durante muitos anos para o estado, uma vez que a mesma era a única no agreste do estado que ofertava o ensino secundário, e a outra, por apresentar uma importância atual no estado, uma vez que esta recebeu o Prêmio Gestão, como a melhor escola do estado em 2011. Além disso, esses estabelecimentos de ensino foram os mesmos nos quais estagiei durante a minha graduação.

De posse das informações cedidas pelas direções das escolas, Colégio Estadual Murilo Braga e Colégio Estadual Eduardo Silveira, os colégios possuíam sete (07) turmas de 3º ano do ensino médio, tendo um total de duzentos e vinte e sete (227) alunos, sendo cento e treze (113) no Murilo Braga e cento e quatorze (114) no Eduardo Silveira. Sendo assim identificamos os livros didáticos adotados pelas escolas, a saber, Matemática: Contexto e Aplicações (DANTE, 2012) e Conexões com a Matemática (MATSUBARA, 2012).

Ao mantermos o contato com as pessoas responsáveis pelos assuntos educacionais de cada instituição de ensino, para requerermos a permissão do desenvolvimento dos estudos, houve a exposição de objetivos e de encaminhamentos metodológicos da pesquisa. Além disso, como auxílio para a pesquisa fotocopiamos o cadernos de três (03) alunos de cada turma participante da pesquisa, com os registros das aulas de Matemática do conteúdo de geometria analítica.

A presente investigação está embasada na teoria dos registros de representação semiótica discutida por Duval (2003, 2009, 2011), discutida no primeiro capítulo desse texto, como também nos parâmetros curriculares e orientações para o ensino médio de Matemática (1999, 2002, 2006). Aprimoramos o trabalho como uma pesquisa qualitativa, apoiada nas ideias de Lüdke e André (1986).

Embasados com a fundamentação teórica elencamos dados no segundo capítulo para identificar quais as representações de geometria analítica são privilegiadas nos livros didáticos estudados, além de mostrar quais transformações são apresentadas, bem como investigar quais

as mobilizações são trabalhadas, ou seja, quais delas são tratamento ou conversão de registros, sempre analisando os livros didáticos e o registro de conteúdo e atividades encontrado nos cadernos dos discentes, para averiguarmos como os alunos mobilizam esses registros. Salientamos que essa pesquisa está fundamentada pelos princípios de análise de conteúdo de Bardin (2010).

Ao categorizarmos todas as atividades dos LD pertinentes ao conteúdo de geometria analítica, item e subitem, e ao denominarmos o livro Conexões com a Matemática como LDA e Matemática: Contexto & Aplicações como LDB, pudemos observar que 18,17% do LDA e 15,27% do LDB apresentam como registro de partida o algébrico, já aquelas atividades que partem do registro geométrico representam 10,21% do livro A e 4,40% do livro B.

Destacamos ainda que no LDA há mais atividades voltadas para a conversão de registros de representação, totalizando um quantitativo de 92,09%, dos quais salientamos que em 77,73% somente utilizam o registro de partida e o de chegada, os demais 22,27% utilizam mais de dois registros em suas conversões. Já no LDB, 62,30% das atividades são resolvidas por meio de conversão, tendo 87,12% delas usando apenas dois registros, o de partida e o de chegada, já os 12,88% usam mais de dois registros na conversão.

Análises realizadas elencamos dados no segundo capítulo para identificar se e como os registros de representação eram mobilizados na geometria analítica nas atividades pertinentes aos livros didáticos analisados do 3º ano do ensino médio. Ainda no segundo capítulo foi realizada uma análise dos registros encontrados nos cadernos dos alunos, possibilitando assim uma relação entre os registros apresentados nos livros didáticos e aquilo que estava notificado nos cadernos dos alunos, ou seja, aquilo que o docente explanava em sala de aula.

Ainda na análise das atividades no que diz respeito ao tratamento, obtemos o seguinte resultado, os LD apresentam aproximadamente 10% de suas atividades voltadas para esse registro, nos cadernos dos alunos temos um percentual de 30% das atividades enquanto que na sequência de atividades aplicada aos alunos a presença do tratamento na resolução de atividades é de 22,55%.

Outro distanciamento verificado nessas análises é o fato das conversões presentes nos cadernos dos alunos e aquilo que foi apresentado nas sequências de atividades. Percebemos que aproximadamente 25% dos registros presentes nos protocolos dos alunos apresentavam a conversão entre dois registros, esse percentual aumentou chegando a 36,25% ao analisarmos a sequência de atividades aplicada.

Destacamos as aproximações existentes entre os cadernos dos alunos α_1 e β_2 e o livro didático utilizado por eles destacou uma aproximação de 60% das atividades presentes nesses dois instrumentos de coleta de dados, para o aluno α_1 e essa aproximação para as atividades presentes no caderno do aluno β_2 é de aproximadamente 70%. Contudo, as questões que não foram extraídas do LD são na maioria dos casos, registros de conversão.

Um distanciamento presente nos cadernos dos alunos e o LD é a construção de gráficos para a representação geométrica de uma reta ou de uma cônica. Nos livros didáticos, os autores fazem a conversão entre os registros algébrico, geométrico, simbólico e numérico numa mesma atividade, enquanto que nos cadernos presenciamos apenas as construções algébricas ou geométricas, de maneira separada. Desse modo, por meio da análise da resolução de todas as atividades do LD e dos cadernos dos alunos, verificamos que, em ambos, o RAl foi abordado de forma excessiva, enquanto o RGe foi abordado em menor escala.

Entre os resultados obtidos no desenvolvimento da atividade didática, apresentados no terceiro capítulo deste texto, destacamos que os alunos praticamente não apresentaram dificuldades de lidar com situações de conversão, mas boa parte deles veem o RGe apenas como um conjunto de pontos ligados entre si, visto que para representar tal registro a maioria realizara uma análise pontual do gráfico e praticamente não fizeram uso das variáveis visuais pertinentes na mobilização entre as diversas representações. Esse fato, também, foi diagnosticado na análise do LD e dos cadernos dos alunos que provavelmente contribuiu para esse resultado, muito embora eles necessitem representar algebricamente determinado conceito para adiante convertê-lo num registro geométrico, alguns alunos utilizam o registro simbólico como um registro intermediário para solucionar a atividade, isso foi verificado na resolução da sequência das atividades.

Nas sequências de atividades os alunos mobilizaram 68,29% as conversões entre registros para solucionar as atividades. Desse percentual, 14,44% das soluções correspondiam a mobilização entre os registros $RGr \rightarrow RSb \rightarrow RAl \rightarrow RNm$. O LD também sugeria que os alunos mobilizassem mais registros na resolução das atividades, isso representa 15% das atividades analisadas do LD, utilizando esses quatro registros, partindo do RGr, permeando pelos RSb e RAl e finalizando no RNm, mas não observamos nenhuma atividade no caderno dos alunos que utiliza mais de três registros para a solução das atividades.

Destacamos que a maioria das atividades presentes nos LD, nos cadernos e na sequência de atividades utiliza a conversão entre dois registros, totalizam aproximadamente 75% das atividades. O maior destaque de conversão é o processo de conversão entre o RGe e o RAl, ou

seja, nos três instrumentos de coleta de dados, em média temos 15% das atividades que partem do RGe e chegam no RAl e mais 15% no processo inverso, possibilitando assim uma correlação entre a álgebra e a geometria e garantindo assim a aquisição do conhecimento sugerida por Duval.

Ressaltamos a importância desta pesquisa, pois há poucas investigações no estado de Sergipe tendo como principal teórico Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. Há duas dissertações que foram analisadas durante a elaboração desta pesquisa, porém, o diferencial é o enfoque no aluno, nas mobilizações realizadas por eles, no decorrer da aplicação de uma sequência de atividades. Deixamos aqui a oportunidade de mais pesquisas nessa área serem desenvolvidas no estado e auxiliar no processo de ensino-aprendizagem em Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**- Campinas, São Paulo: Papirus, 2010. p.125-148.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNADJER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2 ed. São Paulo: Pioneira, 1998.
- BARBOSA, Sandra M. **A Produção do Conhecimento Matemático: Uma Abordagem gráfica para a Função Composta**. REnCiMa, v. 3, n. 1, p. 68-82, jan/jul 2012.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, Lda, 2010.
- BOYER, Carl. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM)**. Brasília: SEF, 2007.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2012: Matemática**. Brasília: MEC/SEB/FNDE, 2012.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 2006.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/Semtec, 2002.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Matriz de Referência da Prova Brasil – Matemática 3º ano**. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/matrizes-de-referencia-professor>. Acesso em 18/09/2014.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. [tradução Lázaro Coutinho]. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.
- CANDIDO, Alexsandro Soares. **O ensino e a aprendizagem do produto de vetores na perspectiva dos registros de representação semiótica com auxílio do Software Cabri 3D**. 2010. 240 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirante de São Paulo- UNIBAN. São Paulo, 2010.

CARDOSO, Franciele Catelan; FUCHS, Mariéli. – **A formação de conceitos matemáticos: um olhar pelo viés da relação interfuncional entre pensamento e linguagem.** In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2012. Passo Fundo, **Anais...** UPF, Rio Grande do Sul. Disponível em <http://www.upf.br/anaisjem/download/de-21-cardoso.pdf>. Acesso em 20 Ago. 2012.

CAVALCA, Antônio de Pádua Vilella. **Espaço e Representação Gráfica:** visualização e interpretação. 1997. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica - PUC, São Paulo.

COLOMBO, J. A. A.; Flores, C. R.; Moretti, M. T.(2008). **Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências.** Zetetiké, v.16, p. 41-72.

COSTA, Izolina J. D. da. **Sequência Didática para o trabalho com gênero textual: conto de fadas.** Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/939-2.pdf>. Acesso em 22 de dezembro de 2013.

CUNHA, Mario César. **Um ambiente virtual de aprendizagem para o Ensino Médio sobre tópicos de Geometria Analítica plana.** 2009. 165 f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Ciências Exatas). Universidade Federal de São Carlos- UFSCar, São Carlos, 2009.

DALLEMOLE, Joseide Justin. **Registros de representação semiótica e geometria analítica:** uma experiência com o ambiente virtual SIENA. 2010. 170 fls. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) ULBRA- Universidade Luterana do Brasil, Canoas/RS, 2010.

DALLEMOLE, Joseide Justin, GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira. Geometria analítica e registros de representação semiótica: conversão entre os registros língua natural e algébrico. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2 e ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9. 2011, Ijuí, **Anais...** UNIJUÍ, Rio Grande do Sul. 1 CD. ISSN 22364889. 12 p.

DAMM, Regina Flemming. **Registros de Representação.** In: Educação Matemática: uma (nova) introdução. FRANCHI, Anna et al.; org. Silvia Dias Alcântara Machado – 3 ed. Revisada. São Paulo: EDUC, 2010, p. 167 – 188.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações.** 3º Ano. São Paulo: Ática, 2010.

DI PINTO, Marco Antônio. **Ensino e aprendizagem da Geometria Analítica: as pesquisas brasileiras da década de 90.** 2000. 77. f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica - PUC, São Paulo.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**/ organização: Tânia M. M. Campos [tradução Marlene Alves Dias] Raymond Duval. São Paulo: PROEM, 2011.

EVES, HOWARD. **Introdução à História da Matemática**. [tradução Hygino H. Domingues]. Campinas – SP: Editora da Unicamp, 2004.

FLORES, Cláudia R. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem**. Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal. Boletim de Educação Matemática, vol. 19, núm. 26, 2006.

FONSECA, Vilmar G. **O uso de Tecnologias no Ensino Médio: A integração de Mathlets no Ensino da Função Afim**. Tese de doutorado, UFRJ, 2011.

FREITAS, Ricardo Luiz Queiroz; NASCIMENTO, Paulo H. R. do. **Geometria Analítica. FTC – Ead**. SOMESB – Sociedade Mantenedora de Educação Superior da Bahia S/C Ltda. 2003.

GAZIRE, Eliane Scheid. **O não resgate das geometrias**. 2000. Tese (Doutorado em Educação), FE/UNICAMP- Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, 2000.

GOULART, Juliana Bender. **O Estudo da Equação $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ utilizando o Software Grafeq- Uma proposta para o Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **Matemática – Mídias Digitais Didática: tripé para formação do professor de Matemática**. 1. ed. Porto Alegre: Editora UFRGS, 2012. v. 01. 180 p.

KALEFF, Ana Maria. Registros Semióticos e Obstáculos Cognitivos na Resolução de Problemas Introdutórios às Geometrias não-Euclidianas no Âmbito da Formação de Professores de Matemática. **Bolema**, UNESP. Rio Claro (SP). n. 28, Nov. 2007, p. 69 – 94.

KARRER, Mônica. **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria - Um Estudo sobre as Transformações Lineares na Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica**. 2006. 435 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUCSP, São Paulo, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MARIANI, Rita de Cássia Pistóia. **Transição da Educação Básica para o Ensino Superior: a coordenação de Registros de Representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2006, 220 f.

MARIANO, Vanderlei. **Estudo de fatores restritivos para um bom desempenho dos alunos concluintes do Ensino Médio nos exames ENEM, em Geometria**. 2004. 128 f Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUCSP. São Paulo. SP,. 2004.

MATSUBARA, Juliane B. **Conexões com a Matemática**. Volume 03. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2010.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 120p. (Tendências em Educação Matemática, 11).

MORETTI, Mércles T. **O Papel dos Registros de Representação na Aprendizagem de Matemática**. In: Contrapontos. Ano 2 - n. 6 - p. 423-437 - Itajaí, set./dez. 2002.

MORETTI, Mércles Thadeu. **A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.) *Aprendizagem Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003.

NEVES, José Luis. **Pesquisa Qualitativa – Características, usos e possibilidades**. *Caderno de Pesquisas em Administração*, São Paulo, V.1, Nº 3, 2º SEM./1996

OSTERMANN, Alexander; WANNER, Gehard. **Geometry by Its History**. Springer Heidelberg New York Dordrecht London: 2010.

PASSOS, Dariela Santos. **A Educação Algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas de Ribeirópolis/SE: Entendimentos dos professores de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Cristóvão: UFS, 2012, 176 f.

PEREIRA, Maria Regina Oliveira. **A Geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o seu abandono**. 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUCSP, São Paulo, SP. 2001.

RICHIT, Adriana. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática**. 2005. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2005.

SANTOS, Leandra Gonçalves dos. **Introdução do pensamento algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação). Vitória/ES: UFES, 2007, 231 f.

SANTOS, Ricardo de Souza. **Tecnologias digitais na sala de aula para a aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica: Manipulações no software Grafeq**. 2008. 137 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

SERGIPE, Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular: Rede Estadual de Ensino de Sergipe**. Aracaju: SEED, 2013. Disponível em www.seed.se.gov.br. Acesso em 25 de maio de 2013.

SILVA, Robson Vieira da. **Geometria Analítica no Ensino Médio, uma proposta com tratamento Vetorial**. 2013. 87 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT). Universidade Federal do Espírito Santo- UFES/ES, Espírito Santo, 2013.

SILVA, Carlos Roberto da. **Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático**. 2006. 254 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC/SP. São Paulo, 2006.

SOUZA, Joamir R. de. **Matemática: Coleção Novo Olhar**. Volume 3. 1 ed. São Paulo: FTD, 2010.

VELASCO, Angela D.; OLIVEIRA, Liliane L. de. **O ensino de geometria nas escolas de nível Médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá**. Curitiba: PR: Graphica, 2007.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – DISTRIBUIÇÃO DAS ATIVIDADES NOS LDS

APÊNDICE 1A – Distribuição das atividades do Capítulo IV do LDA

APÊNDICE 1B – Distribuição das atividades do Capítulo V do LDA

APÊNDICE 1C – Distribuição das atividades do Capítulo VI do LDA

APÊNDICE 1D – Distribuição das atividades do Capítulo I do LDB

APÊNDICE 1E – Distribuição das atividades do Capítulo II do LDB

APÊNDICE 1F – Distribuição das atividades do Capítulo III do LDB

APÊNDICE 1A – Distribuição das atividades do Capítulo IV do LDA

Tabela: Distribuição das atividades do Capítulo IV do LDA

CAPÍTULO IV	Nº da atividade	Conceito da G. Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01, 21 a, 25 a, 33 a	CPR	RSb – RGe	C	04
	02 a, b, c, d, 33 d, e	CPR	RSb – RLN	C	06
	04, 12 a, b, c, 15, 21 b, c, 22, 25 e, 28, 31	CPR	RSb – RGe – RAI – RNm	C	11
	05, 08 f, 13, 14, 17, 20, 38 a, b, c, d, e, 39 a, b, 45, 50 a, b, c, d, 51 a, b, c, d, 56 a, b, c, 57 a, 60 a, b, c, d, e, 64, 65 b, 66 b, 69 a, b, 75, 88 a, b, c, 93 b, c, 95, 96, 102, 116 b	CPR	RSb – RAI	C	46
	06, 47 b, 48 a, b, c, d, e	CPR	RSb – RAI – RLN	C	07
	08 a	CPR	RSb – RGr	C	01
	10 a, b, c, d, 11 a, b, c, 24, 41 a, b, 43, 44, 47 c, 54, 113, 124, 125, 131, 134	CPR	RSb – RAI – RNm	C	19
	16 a, b, c, d, 25 b, 52, 53	CPR	RSb – RGe – RAI	C	07
	18, 25 d, 30 a, b, 40, 42, 47 a, 57 b, 65 c, 93 a, 132 a, b, c, d, 133	CPR	RSb/RAI – RSb	C	15
	23, 32	CPR	RSb – RGe – RAI – RSb	C	02
	26 a, b, c, d, 65 a, 66 a	CPR	RSb – RNm	C	06
	27, 65 d	CPR	RSb	T	02
	34, 35 a, b, 36, 46	CPR	RSb – RGe – RSb	C	05
	61 a, b, c, 107	CPR	RSb/RNm – RAI	C	04
	03 a, 33 b, 71, 91 c, d, 126, 127	CPR	RGe – RNm	C	07
	03 b, 33 c, 37 a, 91 a, 105 b	CPR	RGe – RSb	C	05
	09, 58 a, b, c, 59 a, b, c, 63, 67 a, b, c, d, 74, 78 a, b, 80, 84 c, 91 b, 98, 103 a, b, 104 a, b, c, 105 a, 106, 122, 128 c, d, e	CPR	RGe – RAI	C	30
	25 c, 37 e, 84 b	CPR	RGe – RLN	C	03
	29 a, 37 c, d, 62 a, b, c, d, 116 a, c, 117 b, c, d	CPR	RGe/RSb – RAI – RNm	C	12
	29 b, 37 b	CPR	RGe – RAI – RSb	C	02
	72, 85 a, b, 117 a	CPR	RGe – RSb – RAI	C	04
	07 a, 19 a, b, c, d	CPR	RLN	T	05
	07 b, c	CPR	RLN – RSb	C	02
	118	CPR	RLN – RAI	C	01
	08 b, c, 68 a, b	CPR	RGr – RAI	C	04
	109	CPR	RGr – RNm	C	01

08 d, e, 49 a, b, c, 94 a, b, c, d, e, 123 d, 129 a, b	CPR	RAI – RLN	C	13
73, 76, 79 a, b, 81 a, b, c, 83 a, b, c, d, e, 86, 87, 90 a, b, 92 b, c, 97, 112, 115, 123 a	CPR	RAI	T	22
55, 77, 82 a, b, c, d, 92 a, 111 a, 128 b, 130 a	CPR	RAI – RSb	C	10
70 a, b, 89 a, b, 99, 101, 108, 110, 111 b, 114, 123 b, c, 130 b, c, d, e, f	CPR	RAI – RNm	C	17
84 a, 119 a, b, 120, 121, 123 e, f, 128 a	CPR	RAI – RGe	C	08
100	CPR	RNm – RAI	C	01
135	CPR	RGr – RLN	C	01
168 a, b	CPR	RGr – RAI – RSb	C	02
136, 137, 139, 146, 165 b, 170, 171, 179 b	CPR	RSb – RAI – RNm	C	08
140, 141, 165 a	CPR	RSb – RAI – RSb	C	03
153, 155, 166 b, 178, 179 a, 180, 182	CPR	RSb – RAI	C	07
163, 172	CPR	RSb – RNm	C	02
169	CPR	RSb	T	01
181 a, b	CPR	RSb – RGe – RAI – RSb	C	02
142, 166 a	CPR	RGe – RAI	C	02
143 a, b	CPR	RGe – RNm	C	02
159, 173	CPR	RGe – RAI – RNm	C	02
144	CPR	RLN/RSb – RGe – RAI	C	01
145, 158	CPR	RLN – RSb – RAI	C	02
167	CPR	RLN – RAI – RNm	C	01
147, 174	CPR	RAI – RSb	C	02
148, 154	CPR	RAI	T	02
149, 150, 151, 156, 160, 164, 175, 176, 177	CPR	RAI – RNm	C	09
157	CPR	RAI – RLN	C	01
161	CPR	RAI – RSb – RNm	C	01
162	CPR	RAI – RGr	C	01

Fonte: De nossa autoria, baseado no livro didático.

APÊNDICE 1B – Distribuição das atividades do Capítulo V do LDA**Tabela:** Distribuição das atividades do Capítulo V do LDA

CAPÍTULO V	Nº da atividade	Conceito da G. Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01 a, b, c, d, 07, 18, 23 a, b, 30, 51	CC	RAI – RNm	C	10
	02, 13 b	CC	RSb – RGe	C	02
	03, 04 a, b, c, d, e, f, 09, 10, 13 c, 16 a, b, 19, 25 a, b, c	CC	RSb – RAI	C	16
	05 a, b, c, d, e, 14 a, b, 17 a, b, 32, 47	CC	RAI – RSb	C	11
	06, 24	CC	RSb – RNm	C	02
	08	CC	RGe – RNm	C	01
	11 a, b, c, d, 27 a, b	CC	RGe – RAI	C	06
	12	CC	RSb – RGe – RAI	C	01
	13 a, 21 a, b, c, d, 26	CC	RSb – RLN	C	06
	29 a, b, c	CC	RAI – RLN	C	03
	15, 28 a, b, c, 31, 34	CC	RAI	T	06
	20 a, b, c, 33, 39, 40, 48	CC	RAI – RGe – RSb	C	07
	22 a, b, c, d, e	CC	RSb/RAI – RLN	C	05
	27 c, d	CC	RGe – RSb	C	02
	35, 37 a, b, c, d, 50 a, b, c, d	CC	RAI – RGr	C	09
	36, 41 a, b, c, d, 49	CC	RGr – RAI	C	06
	38	CC	RAI – RGr – RNm	C	01
	42	CC	RLN – RAI	C	01
	43 a, b, c, d, e, f	CC	RNm – RLN	C	06
	44	CC	RFg	T	01
	45 a, b	CC	RAI – RLN	C	02
	46	CC	RLN – RGe	C	01
	52	CC	RLN – RGe – RAI – RNm	C	01
	53, 60, 61, 65, 66, 69	CC	RSb – RAI	C	06
	54, 67	CC	RAI – RGe – RNm	C	02
	55 a, c	CC	RGr – RNm	C	02
	55 b	CC	RGr – RAI – RLN	C	01
	56, 62	CC	RAI – RSb	C	02
	57	CC	RLN – RNm – RAI	C	01
	59, 64, 70, 72, 73, 80	CC	RAI – RNm	C	06
	63, 76	CC	RGr – RAI	C	02
	68	CC	RSb – RGe – RNm	C	01
	71 a, b	CC	RGe – RAI	C	02
	74	CC	RAI	T	01
	75, 77, 79	CC	RAI – RGe	C	03
	78	CC	RGe – RSb	C	01

Fonte: De nossa autoria, baseado no livro didático.

APÊNDICE 1C – Distribuição das atividades do Capítulo VI do LDA

Tabela: Distribuição das atividades do Capítulo VI do LDA

CAPÍTULO VI	Nº da atividade	Conceito da Geometria Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01, 03 a, b, c, 09, 10, 16, 19 a, b	CCn	RSb – RAl	C	09
	02 a, b, c, d, 04, 07, 11 a, b, c, 13 a, b, 18 a, b, 22, 25	CCn	RGe – RAl	C	15
	05 a, b, c, d, 06 a, b	CCn	RAl – RSb	C	06
	08 a, b, c, d, 14 a, b, 15 a, b, 21 a, b, c, d, 24	CCn	RAl – RGe	C	13
	12, 23 a, b	CCn	RAl	T	03
	17 a	CCn	RAl – RGe – RNm	C	01
	17 b	CCn	RAl – RGe – RLN	C	01
	26, 32, 38	CCn	RSb – RAl	C	03
	27 a, b, c	CCn	RAl – RNm	C	03
	28	CCn	RSb – RGe – RLN	C	01
	29	CCn	RLN – RFg	C	01
	31, 35, 42 a, b, 47	CCn	RGe – RAl	C	05
	33, 48, 55	CCn	RAl – RGe – RSb	C	03
	34	CCn	RSb – RNm	C	01
	36, 41, 53	CCn	RAl – RSb	C	03
	37, 46, 54	CCn	RAl – RGe	C	03
	39, 44, 45, 52	CCn	RAl – RNm	C	04
	43	CCn	RAl	T	01
	49 a, b, c, d, 51	CCn	RAl – RLN	C	05
	50	CCn	RSb – RLN	C	01

Fonte: De nossa autoria, baseado no livro didático.

APÊNDICE 1D – Distribuição das atividades do Capítulo I do LDB**Tabela:** Distribuição das atividades do Capítulo I do LDB

CAPÍTULO I	Nº da atividade	Conceito da Geometria Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01 a, b, c, d, e,	CPR	RGr – RSb	C	05
	02 a, b, c, d, e, f, g, h, i	CPR	RSb – RGr	C	09
	03, 05	CPR	RGe – RSb	C	02
	04	CPR	RSb – RNm	C	01
	06	CPR	RSb – RLN	C	01
	07	CPR	RSb – RAl – RNm	C	01
	08 a, b, c, d, e, f, 09, 10, 12, 24, 30, 39, 42, 45, 56, 61 a, b, c, d, 62, 63, 66 a, b, c, d, e, f, 67, 72	CPR	RAl – RNm	C	29
	11, 15 a, b, c, d, 16, 20, 21, 22, 25, 48 a, b, c, d, e, 49, 57, 58, 64	CPR	RAl – RSb	C	19
	13	CPR	RLN – RAl	C	01
	14	CPR	RGr – RNm	C	01
	17, 18, 65, 71	CPR	RGe – RAl – RNm	C	04
	19, 50, 51, 52, 54	CPR	RGe – RAl – RSb	C	05
	23 a, b, 26 a, b, c, d, e, 28 a, b, c, d, e, 31, 32, 33, 34 a, b, c, d, 35 a, b, c, d, 38 a, b, c, d, 46 a, b, c, 53, 55 a, b, c, d, 60, 68 a, b, c, d, e, f, 69, 77 a, b, 78, 79, 80 a, b	CPR	RAl	T	32
	27	CPR	RNm	T	19
	29, 44	CPR	RAl – RLN	C	02
	36, 40, 41, 43, 47, 59	CPR	RGe – RAl	C	06
	37	CPR	RGr – RAl	C	01
	70, 73, 74, 75	CPR	RGe – RNm	C	04
	76	CPR	RGr – RNm	C	01
	01	CPR	RLN	T	01
	02, 07, 08, 11, 13, 15, 16	CPR	RAl – RSb	C	07
	03, 04, 06	CPR	RGe – RAl – RLN	C	03
	05, 14, 18 a, b, c, d, 22 a, b, c, d, 25 a, b, c, 26, 27, 30, 32, 37, 38	CPR	RAl	T	19
	09, 12	CPR	RGr – RAl – RSb	C	02
	10	CPR	RSb – RAl – RNm	C	01
	17	CPR	RSb – RGe – RNm	C	01
	19, 21, 28, 29, 34	CPR	RGe – RAl	C	05
	20, 23, 33, 36	CPR	RAl – RNm	C	04
	24	CPR	RAl – RLN	C	01
	31, 35	CPR	RGe – RAl – RNm	C	02

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático.

APÊNDICE 1E – Distribuição das atividades do Capítulo II do LDB

Tabela: Distribuição das atividades do Capítulo II do LDB

	Nº da atividade	Conceito da Geometria Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
CAPÍTULO II	01 a, b, c, d, 04 a, b, c	CC	RSb	T	07
	02 a, b, c, d, 06, 07, 08, 09, 19, 20, 21, 22, 23, 26	CC	RAI	T	14
	03 a, b, 15	CC	RAI – RSb	C	03
	05 a, b, c, d, e	CC	RLN	T	05
	10, 18, 24	CC	RAI – RNm	C	03
	11 a, b, c, 12, 14 a, b, c, 17, 25 a, b	CC	RAI – RLN	C	10
	16, 28	CC	RGr – RGe – RAI – RNm	C	02
	27	CC	RAI – RGr – RNm	C	01
	13, 29, 30	CC	RGe – RAI	C	03
	09, 11	CC	RSb – RLN	C	02
	01 a, b, 02 a, b, c	CC	RSb	T	05
	03 a, b, c, 05	CC	RAI	T	04
	04	CC	RAI – RSb	C	01
	06, 07	CC	RAI – RNm	C	02
	08 a, b, 10	CC	RAI – RLN	C	03

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático.

APÊNDICE 1F – Distribuição das atividades do Capítulo III do LDB

Tabela: Distribuição das atividades do Capítulo III do LDB

CAPÍTULO III	Nº da atividade	Conceito da Geometria Analítica	Registros Mobilizados	Tratamento/ Conversão	Quantidade
	01 a, b, c, d, 02 a, b, c, d, 04 a, b, c, d, 10 a, b, 12, 23 a, b, c, 25, 28, 31, 33, 34 a, b, c, 36 a, b, 38	CCn	RAI	T	28
	03, 30 a, b, c	CCn	RAI – RGe	C	04
	05 a, b, c, d, e, 06 a, b, 11 a, b, c, 16, 24 a, b, c, 37	CCn	RAI – RSb	C	15
	07, 08 a, b, 09, 15, 29, 35	CCn	RGe – RAI	C	07
	13, 17, 18, 19, 26, 27, 32	CCn	RAI – RNm	C	07
	14	CCn	RGe – RAI – RNm	C	01
	20	CCn	RSb – RAI	C	01
	21, 22	CCn	RGr – RAI	C	02
	39	CCn	RAI – RGr – RGe – RNm	C	01
	40 a, b, c, d, e, 41	CCn	RAI – RLN	C	06
	42, 44	CCn	RLN – RNm	C	02
	43	CCn	RAI – RGe – RSb	C	01
	01 a, b, c, d, 08 a, b, 12	CCn	RAI	T	07
	02 a, b, c, d, 03 a, b, 09 a, b, c, 13 a, b, c, 14, 22	CCn	RAI – RSb	C	14
	04, 15	CCn	RGe – RAI – RNm	C	02
	05, 10	CCn	RGr – RNm	C	02
	06	CCn	RGr – RAI – RSb	C	01
	07 a, b, 17 a, b, 19 a, b, c, d, e, f	CCn	RGr – RAI	C	10
	11	CCn	RGe – RAI	C	01
	16, 21	CCn	RAI – RGe – RNm	C	02
	18, 20 a, b, c, d, e	CCn	RAI – RLN	C	06

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático.

**APÊNDICE 02A – TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E
MATEMÁTICA - NPGEICIMA**

AUTORIZAÇÃO / TERMO DE COMPROMISSO

Autorizo a **Jones Clécio Oliveira**, aluno do Núcleo de Pós-Graduação no Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGEICIMA/UFS a coletar, analisar e divulgar os dados necessários para realização da pesquisa intitulada “Entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Eduardo Silveira em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica” sob orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Eduardo Silveira em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Matemática Contexto e Aplicações* (DANTE) do 3º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos: ponto e reta na ótica da geometria analítica, bem como inquirir se e como os alunos e o professor de Matemática do 3º ano do Ensino Médio do Eduardo Silveira mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos da geometria analítica.

_____, ____ de _____ de 2013.

Dados da Instituição

Instituição: _____

Endereço: _____

Telefone (s): _____ - _____

E-mail: _____

Responsável pela Instituição: _____

R.G. _____ C.P.F. _____

Aluno (a) Pesquisador (a): JONES CLÉCIO OLIVEIRA

Endereço: Rua Santa Rosa nº 375 – Malhador / Sergipe Telefone: 9939-0985

E-mail: jonesclecio@hotmail.com R.G.: 33399450 SSP/SE C.P.F.: 041.797.175-30

Por estarem de acordo com este termo, ambos os envolvidos assumem o compromisso de levarem-no adiante, subscrevendo:

_____	_____
Aluno (a) Pesquisador (a)	Responsável pela Instituição

APÊNDICE 02B – TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E
MATEMÁTICA - NPGECIMA

AUTORIZAÇÃO / TERMO DE COMPROMISSO

Autorizo a **Jones Clécio Oliveira**, aluno do Núcleo de Pós-Graduação no Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGECIMA/UFS a coletar, analisar e divulgar os dados necessários para realização da pesquisa intitulada “Entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica” sob orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Conexões com a Matemática* (MATSUBARA) do 3º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos da geometria analítica, bem como inquirir se e como os alunos e o professor de Matemática do 3º ano do Ensino Médio do Murilo Braga mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos da geometria analítica.

_____, de _____ de 2012.

Dados da Instituição

Instituição: _____

Endereço: _____

Telephone (s): _____ - _____

E-mail:

Responsável pela Instituição: _____

R.G. _____ C.P.F. _____

Aluno (a) Pesquisador (a): JONES CLÉCIO OLIVEIRA

Endereço: Rua Santa Rosa nº 375 – Malhador / Sergipe Telefone: 9939-0985

E-mail: jonesclecio@hotmail.com R.G.: 33399450 SSP/SE C.P.F.: 041.797.175-30

Por estarem de acordo com este termo, ambos os envolvidos assumem o compromisso de levarem-no adiante, subscrevendo:

Aluno (a) Pesquisador (a)	Responsável pela Instituição
---------------------------	------------------------------

APÊNDICE 03A – TERMO DE CONSENTIMENTO DO PROFESSOR

TERMO DE CONSENTIMENTO

Ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGECIMA

Eu,, [casado(a) / solteiro(a)], residente a Rua, nº, portador(a) de documento de Identidade nºSSP/SE, declaro para os devidos fins que cedo os direitos de participar da pesquisa “Entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Eduardo Silveira em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica” sob orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Eduardo Silveira em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Matemática Contexto & Aplicações* (DANTE) do 3º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos na ótica da geometria analítica, bem como inquirir se e como os alunos e o professor de Matemática do 3º ano do Ensino Médio do Eduardo Silveira mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos da geometria analítica.

Estou ciente de que: a) sou livre para, a qualquer momento, de recusar-me a responder às perguntas que me ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) posso deixar de participar da pesquisa e não preciso apresentar justificativas para isso; c) minha identidade será mantida em sigilo; d) caso eu, posso ser informado (a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa. E por ser verdade, firmamos o presente.

Assinatura do (a) Professor (a)

Rita de Cássia Pistóia Mariani – Profa. Orientadora

Jones Clécio Oliveira - Aluno do NPGECIMA

APÊNDICE 03B – TERMO DE CONSENTIMENTO DO PROFESSOR

TERMO DE CONSENTIMENTO

Ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGECIMA

Eu,, [casado(a) / solteiro(a)], residente a Ruanº....., portador(a) de documento de Identidade nºSSP/SE, declaro para os devidos fins que cedo os direitos de participar da pesquisa “Entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica” sob orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Conexões com a Matemática volume 3*, Editora Moderna, editora responsável Juliane Matsubara Barroso ao enfatizar os objetos matemáticos na ótica da geometria analítica, bem como inquirir se e como os alunos e o professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemático da geometria analítica.

Estou ciente de que: a) sou livre para, a qualquer momento, de recusar-me a responder às perguntas que me ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) posso deixar de participar da pesquisa e não preciso apresentar justificativas para isso; c) minha identidade será mantida em sigilo; d) caso eu, posso ser informado (a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa. E por ser verdade, firmamos o presente.

Assinatura do (a) Professor (a)

Rita de Cássia Pistóia Mariani – Profa. Orientadora

Jones Clécio Oliveira - Aluno do NPGECIMA

APÊNDICE 04A –TERMO DE CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL DO ALUNO
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E INFORMADO

Eu, _____, RG N° _____ aluno
 (a) do Colégio Estadual Eduardo Silveira declaro meu consentimento para que o **conteúdo do(s) meu(s) caderno(s) de Matemática**, utilizados no ano de 2013 seja reproduzido (FOTOCOPIADO) pelo mestrando **JONES CLÉCIO OLIVEIRA**, RG N° 33399450 SSP/SE, do Núcleo de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - NPGECEMA da Universidade Federal de Sergipe. Tal cópia será tomada como dado para o trabalho de pesquisa intitulado “Entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Eduardo Silveira em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica” sob orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e do (s) professor (es) de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Eduardo Silveira em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Matemática Contexto & Aplicações* (DANTE) do 3º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos na ótica da geometria analítica, bem como inquirir se e como os alunos e o professor de Matemática do 3º ano do Ensino Médio do Eduardo Silveira mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos: ponto e reta na geometria analítica.

Estou ciente de que: a) sou livre para, a qualquer momento, de recusar-me a responder às perguntas que me ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) posso deixar de participar da pesquisa e não preciso apresentar justificativas para isso; c) minha identidade será mantida em sigilo; d) caso eu, posso ser informado (a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

E por ser verdade, firmamos o presente.

Assinatura do (a) Aluno(a) e/ou Responsável

Rita de Cássia Pistóia Mariani – Profa. Orientadora

Jones Clécio Oliveira - Aluno do NPGECEMA

APÊNDICE 04B –TERMO DE CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL DO ALUNO
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E INFORMADO

Eu, _____, RG N° _____ aluno
 (a) do Colégio Estadual Murilo Braga declaro meu consentimento para que o **conteúdo do(s) meu(s) caderno(s) de Matemática**, utilizados no ano de 2013 seja reproduzido (FOTOCOPIADO) pelo mestrando **JONES CLÉCIO OLIVEIRA**, RG N° 33399450 SSP/SE, do Núcleo de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - NPGECEIMA da Universidade Federal de Sergipe. Tal cópia será tomada como dado para o trabalho de pesquisa intitulado “Entendimentos dos alunos e do professor de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica” sob orientação da Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar os entendimentos dos alunos e do (s) professor (es) de Matemática do 3º ano do Colégio Estadual Murilo Braga em relação aos objetos matemáticos da geometria analítica sob a ótica dos registros de representação semiótica. Além disso, pretende analisar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Conexões com a Matemática Completa* (MATSUBARA) do 3º ano do Ensino Médio ao enfatizar os objetos matemáticos na ótica da geometria analítica, bem como inquirir se e como os alunos e o professor de Matemática do 3º ano do Ensino Médio do Murilo Braga mobilizam os registros de representação semiótica ao abordar os objetos matemáticos: ponto e reta na geometria analítica.

Estou ciente de que: a) sou livre para, a qualquer momento, de recusar-me a responder às perguntas que me ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) posso deixar de participar da pesquisa e não preciso apresentar justificativas para isso; c) minha identidade será mantida em sigilo; d) caso eu, posso ser informado (a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

E por ser verdade, firmamos o presente.

Assinatura do (a) Aluno(a) e/ou Responsável

Rita de Cássia Pistóia Mariani – Profa. Orientadora

Jones Clécio Oliveira - Aluno do NPGECEIMA